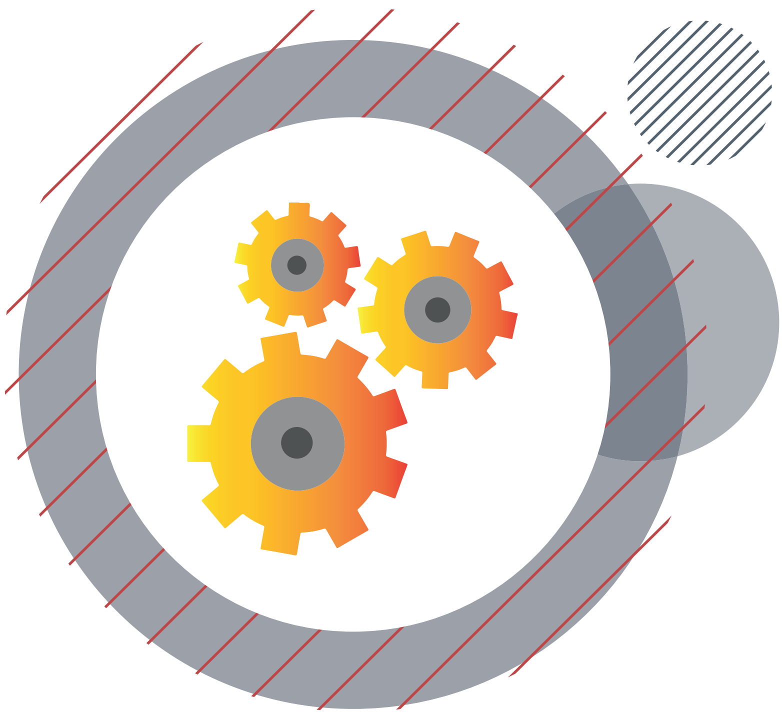
ESTADO PLURINACIONAL DE
BOLIVIA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

1

SECUNDARIA

TEXTOS DE APRENDIZAJE 2023 - 2024



SECUNDARIA COMUNITARIA PRODUCTIVA
ÁREA
MATEMÁTICA

SUBSISTEMA DE EDUCACIÓN REGULAR

Compendio para maestras y maestros - textos de aprendizaje 2023 - 2024
Educación secundaria comunitaria productiva
Documento oficial - 2023

Edgar Pary Chambi
MINISTRO DE EDUCACIÓN

Bartolomé Puma Velásquez
VICEMINISTRO DE EDUCACIÓN REGULAR

María Salomé Mamani Quispe
DIRECTORA GENERAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Equipo de redacción
Dirección General de Educación Secundaria

Coordinación general
Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

Índice

CIENCIA, TECNOLOGÍA Y PRODUCCIÓN

Matemática

Primer año de secundaria

PRESENTACIÓN

Estimadas maestras y maestros, el fortalecimiento de la calidad educativa es una de nuestras metas comunes que, como Estado y sociedad, nos hemos propuesto impulsar de manera integral para contribuir en la transformación social y el desarrollo de nuestro país. En este sentido, una de las acciones que vienen siendo impulsadas desde la gestión 2021, como política educativa, es la entrega de textos de aprendizaje a las y los estudiantes del Subsistema de Educación Regular, medida que, a partir de esta gestión, acompañamos con recursos de apoyo pedagógico para todas las maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional.

El texto de apoyo pedagógico, que presentamos en esta oportunidad, es una edición especial proveniente de los textos de aprendizaje oficiales. Estos textos, pensados inicialmente para las y los estudiantes, han sido ordenados por Áreas de Saberes y Conocimientos, manteniendo la organización y compaginación original de los textos de aprendizaje. Esta organización y secuencia permitirá a cada maestra y maestro, tener en un mismo texto todos los contenidos del Área, organizados por año de escolaridad, sin perder la referencia de los números de página que las y los estudiantes tienen en sus textos de aprendizaje.

Este recurso de apoyo pedagógico también tiene el propósito de acompañar la implementación del currículo actualizado, recalcando que los contenidos, actividades y orientaciones que se describen en este texto de apoyo, pueden ser complementados y fortalecidos con la experiencia de cada maestra y maestro, además de otras fuentes de consulta que aporten en la formación de las y los estudiantes.

Esperamos que esta versión de los textos de aprendizaje, organizados por área, sea un aporte a la labor docente.

Edgar Pary Chambi
MINISTRO DE EDUCACIÓN

CONOCE TU TEXTO

En la organización de los contenidos encontraremos la siguiente iconografía:

Glosario

Glosario

Aprendemos palabras y expresiones poco comunes y difíciles de comprender, dando uno o más significados y ejemplos. Su finalidad radica en que la o el lector comprenda algunos términos usados en la lectura del texto, además de ampliar el léxico.

Investiga

Somos invitados a profundizar o ampliar un contenido a partir de la exploración de definiciones, conceptos, teorías u otros, además de clasificar y caracterizar el objeto de investigación, a través de fuentes primarias y secundarias. Su objetivo es generar conocimiento en las diferentes áreas, promoviendo habilidades de investigación.

Investiga

¿Sabías que...?

¿Sabías que...?

Nos muestra información novedosa, relevante e interesante, sobre aspectos relacionados al contenido a través de la curiosidad, fomentando el desarrollo de nuestras habilidades investigativas y de apropiación de contenidos. Tiene el propósito de promover la investigación por cuenta propia.

Noticiencia

Nos permite conocer información actual, veraz y relevante sobre acontecimientos relacionados con las ciencias exactas como la Física, Química, Matemática, Biología, Ciencias Naturales y Técnica Tecnológica General. Tiene la finalidad de acercarnos a la lectura de noticias, artículos, ensayos e investigaciones de carácter científico y tecnológico.

Noticiencia

Escanea el QR

Para ampliar el contenido

Es un QR que nos invita a conocer temáticas complementarias a los contenidos desarrollados, puedes encontrar videos, audios, imágenes y otros. Corresponde a maestras y maestros motivar al estudio del contenido vinculado al QR; de lo contrario, debe explicar y profundizar el tema a fin de no omitir tal contenido.

Aprende haciendo

Nos invita a realizar actividades de experimentación, experiencia y contacto con el entorno social en el que nos desenvolvemos, desde el aula, casa u otro espacio, en las diferentes áreas de saberes y conocimientos. Su objetivo es consolidar la información desarrollada a través de acciones prácticas.

Aprende haciendo

Desafío

Desafío

Nos motiva a realizar actividades mediante habilidades y estrategias propias, bajo consignas concretas y precisas. Su objetivo es fomentar la autonomía y la disciplina personal.

Realicemos el taller práctico para el fortalecimiento de la lecto escritura.

¡Taller de Ortografía!

¡Taller de Caligrafía!

¡Razonamiento Verbal!

1 SECUNDARIA

ÁREA MATEMÁTICA

LOS NÚMEROS ENTEROS (Z)
APLICADOS A LA COTIDIANIDAD

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

En la ciudad de Sacaba, famosa por su gastronomía, la señora Rosmery junto a su esposo Miguel tiene tres hijos en edad escolar, el Sr. Miguel trabaja como transportista en un radio taxi de servicio público, tiene un salario promedio de Bs 90 al día, cuenta con un día de descanso a la semana. Mientras que doña Rosmery se dedica a vender Charquekan, los fines de semana (sábado y domingo), en un lugar muy concurrido. Con mucho esfuerzo logra obtener una ganancia media de Bs 350 por día, obteniendo Bs 700 a la semana. Rosmery y Miguel tienen una deuda familiar de Bs 6 000, la cual deben cancelar en un plazo de tres meses a razón de Bs 2 000 cada mes. Considerando los ingresos y gastos mensuales de la familia, se tiene el siguiente detalle:

Datos	Ingresos	Detalle de gastos	Costo	Diferencia
Papá gana Bs 90 *6 días *4 semanas =	+ 2 160	Alquiler	−400	¿Saldo o déficit?
		Servicios básicos e internet	−350	
Mamá gana Bs 700*4 semanas =	+ 2 800	Material educativo (modalidad a distancia)	−90	
		Insumos de limpieza y bioseguridad	−150	
		Vestimenta	−250	
		Alimentación	−1800	
		Deuda mensual	−2000	
SUMA TOTAL:	Bs 4 960		−5040	−80

Actividad 1: Respondemos las siguientes preguntas en el cuaderno de ejercicios.

- ¿A cuánto ascienden los gastos mensuales de la familia?
- ¿Rosmery y Miguel tienen saldo para ahorro o hay déficit?
- ¿Qué gasto es necesario reducir para contar con el dinero necesario para el mes?

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Origen de los números enteros

En Matemática los números enteros son números que se expresan con los signos (+) o (-), también se incluye al 0, es decir los números enteros son negativos y positivos.

Como un sub conjunto de los números enteros, tenemos los números negativos, antiguamente conocidos como “números deudos” o “números absurdos”. Repasemos un poco de historia:

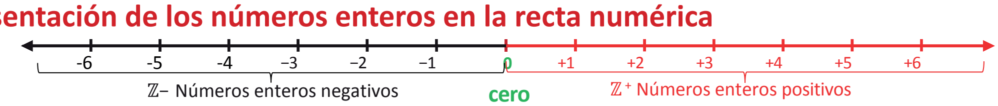
Hombres primitivos, cuantificaban sus animales o pertenencias con marcas, en árboles o rocas. 	Los Babilonios, utilizan simples enteros positivos para contar unas pocas ovejas 	En China, de forma rústica fueron formalizando la notación posicional de los números sobre un tablero de cálculo. 		En oriente, se manejaban números positivos y negativos, estrictamente se utilizaba los ábacos, usando tablillas o bolas de diferentes colores 	En India, diferencian entre números positivos y negativos, que interpretaban como créditos y débitos, respectivamente, distinguiéndolos simbólicamente. La difusión de los símbolos germánicos + y −, se popularizó con el matemático alemán Stifel (1487 – 1567). 	Hasta fines del siglo XVIII los números negativos no eran aceptados universalmente. Gerolamo Cardano, en el siglo XVI, llamaba a los números negativos “falsos”. 	Leonardo Euler en el Anteitung Zur Álgebra (1770) trata de “demostrar” el producto, cociente, resto, etc. de cantidades positivas y negativas. Además, complementa el conjunto de los números naturales. 
3000 A. C.	**1800 A. C.**	**400 A. C.**	**0**	**Siglo V D. C.**	**Siglo XV D. C.**	**Siglo XVI D. C.**	**Siglo XVIII D. C.**
−3000	**−1800**	**−400**		**+500**	**+1500**	**+1600**	**+1900**

2. El conjunto de los números enteros

Los números enteros “Z” contienen a los naturales (números positivos), el número cero “0” y los números opuestos que corresponden a los números negativos.

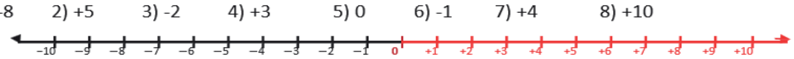
Ejemplo: −14, −6, −2, 0, +7, +10, +19, +27

3. Representación de los números enteros en la recta numérica



Ejemplo: Encerramos con un círculo en la recta numérica, los siguientes números enteros.

1) -8 2) +5 3) -2 4) +3 5) 0 6) -1 7) +4 8) +10



Valor absoluto. Se comprende como la distancia que tiene un número positivo o negativo al número cero. Por eso el valor absoluto se representa con dos líneas verticales y paralelas por tanto el siempre será positivo.

Ejemplos: $|+6| = 6$; $|-4| = 4$; $|-15| = 15$; $|+50| = 50$; $|-50| = 50$; $|+1000| = 1000$

4. Operaciones con números enteros

4.1 Adición y sustracción

Para sumar números enteros debemos cumplir con la siguiente regla:

- Números enteros con el mismo signo se suman sus valores absolutos y se mantiene el signo.
- Números enteros con signos distintos se restan sus valores absolutos y se mantiene el signo del mayor.

Actividad 2: Considerando los ejemplos y regla de signos, resolvemos en el cuaderno de ejercicios.

Ejemplo		Regla de signos	Ejercicios			
1) **2)**	**+15 + 11 = +26** **– 21 – 8 = – 29**	Signos iguales se suman y se mantiene el signo.	1) 2)	−8 − 17= 22 + 45=	3) 4)	322 + 45 + 234= -345-1234-1 =
3) **4)**	**+23 – 15 = +8** **– 21 +11 = – 10**	Signos diferentes se restan manteniendo el signo del mayor.	5) 6)	55 − 25= −23 + 66=	7) 8)	33-255 = -345 + 288 =

Operaciones combinadas de adición y sustracción de "Z"

Ejemplo: Resolvemos: 23 + 7 − 61 + 8 − 9 + 10 − 11 + 15 − 112

Para resolver ejercicios combinados de adición y sustracción se realiza de acuerdo al siguiente procedimiento:
Operando horizontalmente

23 + 7 − 61 + 8 − 9 + 10 − 11 + 15 − 112 = 23 + 7 − 61 + 8 − 9 + 10 − 11 + 15 − 112 = 23 + 7 + 8 + 10 + 15 − 61 −9− 11 − 112 = +63 − 193 = −130

1° Seleccionamos cantidades positivas y negativas.
2° Sumamos signos iguales: positivos con positivos y negativos con negativos.
3° Restando signos diferentes: resultado de positivos menos el resultado de negativos.
4° El resultado lleva el signo del mayor valor absoluto.

Para la resolución de ejercicios combinados de adición y sustracción de números enteros con signos de agrupación, se suprimen los signos de agrupación de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- Si delante del signo de agrupación existe un signo positivo (+), los signos de las cantidades que encierra éste, se mantienen, es decir se copian los números con sus mismos signos.

Ejemplo: −5 + (3 − 4 − 10 + 7) = −5 + 3 − 4 − 10 + 7 = + 3 + 7 - 5 - 4 - 10 = + 10 − 19 = − 9

- Si delante del signo de agrupación existe un signo negativo (−), los signos de las cantidades que encierra éste, cambian, es decir se copian las cantidades con sus signos opuestos.

Ejemplo: −5 − (3 − 4 − 10 + 7) = −5 − 3 + 4 + 10 − 7 = + 4 + 10 − 5 − 3 − 7 = + 14 − 15 = − 1

Cuando se presentan varios signos de agrupación, se suprimen: primero los paréntesis, luego los corchetes, posteriormente las llaves de acuerdo a las consideraciones dadas anteriormente, para finalmente realizar la selección de números positivos y negativos, concluyendo las adiciones y sustracciones dadas de acuerdo a las reglas de signos correspondientes.

Ejemplo: Resolvemos:
−{−(−45) + (−117) − [−640 + (+373)] + [624 − (−277)]}
= −{+45 − 117 − [−640 + 373] + [624 + 277]}
= −{+45 − 117 − [−267] + [+901]}
= −{+45 − 117 + 267 + 901}
= −45 +117 − 267 − 901 = +117 −45 − 267 − 901
=+117−1213 =−1096

Actividad 3. Resolvemos las siguientes operaciones en el cuaderno de ejercicios:

1) −107 − (−3) =
2) 17 + 28 − 36 − 4 + 57 − 42 + 89 − 1 =
3) −{−(−44) − (−123) − [−640 − (730 − 480)] − [624 − (−277)]} =
4) −{−8 − (−13) + [−640 − (10 − 80)] − [64 − (−87)]} =
5) 300 − {−(−484) + (−1) − [−0 − (10 − 220)] − [1213 + (−345)]} =
6) −241 + (−58) =
7) [−3 − (−12)] − (40 − 12) + 3 − (−15) =

4.2. Multiplicación y división

Para multiplicar y/o dividir números enteros se aplica la regla de signos, luego se multiplica y/o divide según la operación que corresponda.

Regla de signos de la DIVISIÓN				
+	:	+	=	+
−	:	−	=	+
+	:	−	=	−
−	:	+	=	−

Regla de signos de la MULTIPLICACIÓN				
+	*	+	=	+
−	*	−	=	+
+	*	−	=	−
−	*	+	=	−

Elementos de la multiplicación y división

Propiedades de la multiplicación y división en Z

Propiedad conmutativa. El orden de los factores no altera el producto: $a * b = b * a$

Ejemplos: (– 5) * (– 7) = (– 7) * (– 5)
35 = 35

(– 8) * (+ 9) = (+ 9) * (– 8)
−72 = −72

Propiedad asociativa. Dos o más factores se pueden agrupar de formas diferentes, el producto no cambia.

Ejemplo: [(+ 3) * (+ 5)] * (– 10) = (+ 3) * [(+ 5) * (– 10)]
15 * (– 10) = (+ 3) * (– 50)
– 150 = – 150

Propiedad del elemento neutro. El elemento neutro en la multiplicación es el 1, porque cualquier cantidad multiplicada por 1, es siempre la misma cantidad.

Ejemplos: (– 5) * 1 = – 5   1 * 120 = 120   1 * (– 345) = – 345

Propiedad del elemento absorbente. El elemento absorbente en la multiplicación es el 0 (cero), porque cualquier cantidad multiplicada por 0, es siempre 0.

Ejemplos: (– 10) * 0 = 0   0 * 45 = 0   250 * 0 = 0

Propiedad distributiva. Es distributiva respecto a la adición y sustracción.

Ejemplo: −3* (−2 + 4 −3) = −2* (−3) + 4* (−3) −3* (−3) = 6 −12 + 9 = 15 −12 = 3

Actividad 4. Resolvemos las operaciones de multiplicación y división en el cuaderno de ejercicios:

1) (– 1) (– 4) (– 5) (– 3) =	2) 10*(−5) =	3) 21*(−5)*(−2)=	4) (−9)(−11)=
5) (−5)(−2)(−6) =	6) 210 + (−50)=	7) (−125) − (−255) =	8) 120:(−24)=

4.3 Potenciación y Radicación

Potenciación de números enteros. La potenciación es la multiplicación repetida de la base, cuantas veces indica el exponente para llegar a la potencia. Los elementos de la potenciación son:

Exponente

$$\boxed{2^5 = 32}$$

Base   Potencia

Ejemplos: Calculamos: $3^4 = 3 * 3 * 3 * 3 = 81$ $(−6)^5 = (−6) * (−6) * (−6) * (−6) * (−6) = −7776$

Propiedades de la potenciación

Producto de potencias de la misma base. En la multiplicación de potencias de la misma base, se anota la misma base y se suman los exponentes.

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo: $(−11)^2 * (−11)^3 = (−11)^{2+3} = (−11)^5 = -161051$

Cociente de potencias de la misma base. En la división de potencias de la misma base, se anota la misma base y se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Ejemplo: $(−9)^{12} : (−9)^6 = (−9)^{12-6} = (−9)^6 = 531441$

Potencia de otra potencia. Se anota la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(\quad) = \cdot$$

Ejemplo: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

Potencia de una multiplicación y división. Si se tiene una multiplicación o división elevadas a una potencia (exponente), se distribuye el exponente en cada factor y/o dividendo y divisor.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Ejemplo: $(3 * 5)^2 = 3^2 * 5^2 = 9 * 25 = 225$

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

Ejemplo: $[(−15) : 3]^3 = (−15)^3 : 3^3 = −3375 : 27 = −125$

Actividad 5. Resolvemos las siguientes operaciones combinadas en el cuaderno de ejercicios:

1) $(-2)^8 =$	2) $(-3)^2(-3)^2(-3)^3 =$	3) $(-8)^{12} \div (-8)^9 =$
4) $\{[(37)^3]^0\}^4 =$	5) $[(-6)^2(-2)^3]^4 =$	6) $(4^3 \div 2^4)^2 =$
7) $1245^0 =$	8) $5^3 * 5^4 =$	9) $(6^3)^2 =$

Radicación de números enteros. La raíz de un número entero, consiste en encontrar un número que, elevado al índice de la raíz, nos dé como resultado el radicando.

Elementos de la radicación

Raíz

Índice

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad \text{porque} \quad 4^3 = 64$$

Radicando

Ejemplos: Calculamos:

$\sqrt[3]{1000} = 10$ porque $10^3 = 1000$ $\qquad$ $\sqrt{144} = 12$ porque $12^2 = 144$

En el segundo ejemplo, cuando el índice de la raíz es 2, se sobreentiende y no se escribe.

Propiedades de la radicación

Propiedad	En símbolos	Ejemplo
Raíz de un producto. Es igual al producto de las raíces de los factores.	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[5]{32 \cdot 7776} = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{7776}$ $= 2 \cdot 6 = 12$
La raíz de un cociente. Es igual al cociente de la raíz del dividendo entre la raíz del divisor	$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[4]{10000 : 625} = \sqrt[4]{10000} : \sqrt[4]{625}$ $= 10 : 5 = 2$
Raíz de una potencia. Es igual al radicando elevado al exponente dividido entre el índice de la raíz.	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[3]{15^6} = 15^{\frac{6}{3}} = 15^2 = 225$
Raíz de una raíz. Es igual al producto de los índices en una sola raíz, conservando el mismo radicando.	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[3]{262144}} = \sqrt[3\cdot 3]{262144}$ $= \sqrt[9]{262144} = 9$

Actividad 6. Resolvemos las siguientes operaciones aplicando las propiedades de raíces en el cuaderno de ejercicios:

1) $\sqrt[3]{1331 * 216} =$	**2)** $\sqrt[4]{4096 : 16} =$	**5)** $\sqrt[3]{\sqrt[2]{262144}} =$	**7)** $\sqrt[4]{\sqrt{100000000}} =$
3) $\sqrt[6]{1000000 : 64} =$	**4)** $\sqrt[6]{2985984 * 15625} =$	**6)** $\sqrt[3]{16^6} =$	**8)** $\sqrt[5]{13^{10}} =$

Operaciones combinadas. Para resolver operaciones combinadas con "Z", debemos recordar la jerarquía de operaciones y también el orden de resolución o supresión de los signos de agrupación, recordemos:

- En símbolos de agrupación: 1° (); 2° []; 3° {}
- En operaciones: 1º a^n y $\sqrt[n]{a}$; 2º "$*$" y "÷"; 3º "+" y "–"

Ejemplo. Analicemos el proceso de resolución de los siguientes ejercicios:

Efectuar: $\sqrt[3]{-27} * 2^2 + (18 \div \sqrt{81} + 8)\left\{2^4 \div (-2^2) - [5 + 94 \div (15 \div \sqrt{25} - \sqrt{100} * 5)](-2)\right\} + 2$

$$= -3 * 4 + (18 \div 9 + 8)\{16 \div (-4) - [5 + 94 \div (15 \div 5 - 10 * 5)](-2)\} + 2$$
$$= -12 + (2 + 8)\{-4 - [5 + 94 \div (3 - 50)](-2)\} + 2$$
$$= -12 + (10)\{-4 - [5 + 94 \div (-47)](-2)\} + 2$$
$$= -12 + 10\{-4 - [5 - 2](-2)\} + 2$$
$$= -12 + 10\{-4 - [3](-2)\} + 2$$
$$= -12 + 10\{-4 + 6\} + 2 = -12 + 10 * 2 + 2 = -12 + 20 + 2 = 10$$

Actividad 7. Resolvemos los siguientes ejercicios en el cuaderno:

1) $-\sqrt{144}+\{2^4 \div (-4)-[5+94 \div (15 \div 5-10 * 5)](-2)\}(18 \div 9+2^3)+2 =$

2) $-12^2 \div \{(-2)^5 + \sqrt{9}[2^2+(-5-7 * \sqrt[3]{27}) \div (10+3)-13]-\sqrt{100}\} =$

3) $\sqrt[3]{125 * 1000}-(-5+15) * \sqrt[5]{32}+(-6)^2-(-8)^3 =$

4) $[-(15 \div 5)^3-10]+\{\sqrt[3]{1000:8} + (7)^2-[(-2)^4]^2\}=$

5. Problemas aplicados al contexto y la tecnología

1. ¿A cuánto se debe vender un televisor, que costo Bs 720, para ganar Bs 140?

Resolución: 720 + 140 = 860

R. Se debe vender el televisor a Bs 860.

2. El miércoles la temperatura fue de 15°C y el jueves fue de -3°C ¿Cuánto es la diferencia de temperatura del miércoles al jueves?

Resolución: $15°C-(-3°C)=15°C+3°C=18°C$

Actividad 8. A través del análisis y razonamiento resolvemos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

1) Juan debe Bs 390, a un taller por la reparación de su moto. Si canceló Bs 137, ¿cuánto debe?
2) La señora Roció recibe su sueldo de Bs 2 800. Cancela una deuda de Bs 390, luego compra útiles escolares para sus hijos por un valor equivalente a Bs 140 y de regreso a su casa se encuentra Bs 50.
¿Cuánto dinero le queda?
3) En el valle de Tarija tienen 15 cajas de 50 claveles preparadas para la venta. ¿Cuántas cajas, iguales a las anteriores, les faltan para cubrir un pedido de 100 docenas de claveles?

¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Actividad 9. Realicemos las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

1) Reflexionemos sobre la importancia de ampliar el conjunto numérico de naturales a enteros y su aplicación en la cotidianidad.
2) Analizamos las actitudes positivas y negativas que asumen los miembros de la comunidad, respecto a la lucha contra la pandemia.
3) Reflexionamos sobre los impactos positivos y negativos de la pandemia del COVID-19 en el medioambiente.

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Actividad 10. Realicemos las siguientes actividades:

1) Investiguemos y realizamos una representación gráfica de la ubicación geográfica de cada departamento respecto a la altura de metros sobre el nivel del mar.

2) Con materiales de tu contexto, construimos la ubicación geográfica de cada departamento, respecto a la altura de metros sobre el nivel del mar.

LOS NÚMEROS ENTEROS Y SU RELACIÓN CON LA GEOMETRÍA

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

En la comunidad de La Cruz, ubicada en el departamento de Pando, en una reunión debatieron la importancia de trabajar con cultivos y sembradíos de plantas locales debido a que esto contribuye con la alimentación saludable en la comunidad.

Frente a esta situación vieron por conveniente sembrar hortalizas por familias, cada familia vio la forma geométrica que tendrían estos huertos. Con la ayuda del maestro de Matemática, en consenso con la comunidad, cada huerto debería tener una superficie de dieciséis metros cuadrados ($16m^2$).

Para tal efecto los estudiantes con sus familiares, trazaron cuadriláteros en alrededores de la Unidad Educativa, que respondían a la superficie fijada por consenso ($16m^2$), es así que surgieron huertos de 2*8, 4*4, 16*1 y otras medidas. Algunos decidieron construir figuras geométricas diferentes para salir de lo común, pero respetando la superficie acordada, por ejemplo, las áreas de un cuadrado y un círculo ($A_{\square}=A_{\bigcirc}$) las mismas que deben ser iguales.

Actividad 11. Respondamos las preguntas en el cuaderno de ejercicios:

1. ¿Cómo puedes dar utilidad a la geometría y sus relaciones con el entorno natural para proyectar espacios en superficies según la necesidad de la comunidad?
2. ¿Qué tan útil consideras a la geometría para solucionar necesidades y problemáticas de la realidad en función a las potencialidades de la región?
3. ¿Cómo utilizas las superficies y perímetros en tu contexto?

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Definiciones básicas de geometría plana

Como se observa en la imagen, las y los estudiantes están fijando estacas en la superficie que matemáticamente representan puntos, al unir dos puntos obtenemos segmentos y al unir tres o más segmentos obtenemos figuras planas en dos dimensiones, pero si se construye sobre esta superficie alguna estructura se obtendrán cuerpos geométricos de tres dimensiones.

1.1. Geometría

La geometría es la rama de la matemática orientada al análisis de las medidas y las propiedades de las figuras en un espacio o plano.

1.2. Geometría plana

Es una parte de la geometría, que estudia las figuras geométricas en un plano, este estudio se realiza a partir de dos dimensiones.

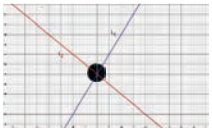
Los elementos básicos con los que se suele trabajar en esta parte de la geometría son: el punto, la recta, semirrecta, segmento, así como otros conocimientos que se irán desarrollando, en esta unidad.

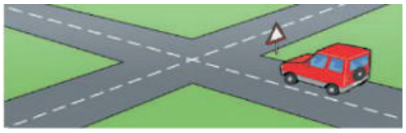
Punto

El punto está dado por la intersección de dos rectas, su característica principal es que no tiene largo, ancho, alto, área ni volumen. La idea de punto lo podemos relacionar con la marca que deja un lápiz bien afilado en el papel, un grano de sal o azúcar, la punta de una aguja de cocer y otros.

Un punto se nombra con una letra mayúscula del alfabeto.

Ejemplos:





2. La recta, semirecta y segmento

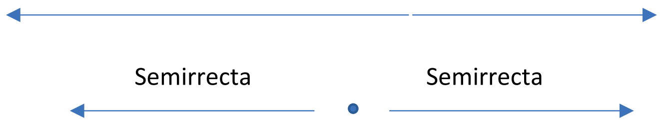
2.1. Recta

La recta es una sucesión infinita de puntos situados en una misma dirección, que no tiene principio ni tiene fin. La recta tiene una sola dimensión: la longitud.

Para nombrar las rectas se utilizan las letras r,s,t,u,..., generalmente minúsculas.

2.2. Semirrecta

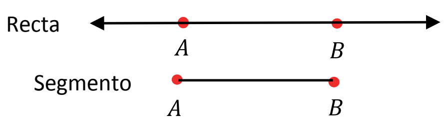
Es una porción de recta que tiene principio y no tiene fin.



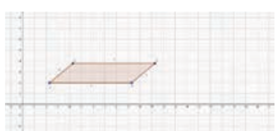
2.3. Segmento

Es una recta delimitada por dos puntos, por ejemplo, las barras transversales en los rieles del ferrocarril, como se observa en la imagen.

Plano



Es el espacio de dos dimensiones formado por un conjunto infinito de puntos. Tres puntos que no están en la misma recta forman un plano, por ejemplo: la superficie del agua de una piscina, la hoja de un cuaderno, una frazada plana.



Actividad 12. Realicemos las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

1. Grafica objetos que representan un segmento en tu cuaderno.

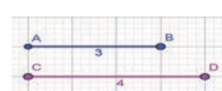
2. Completa los siguientes enunciados con las palabras: plano, recta o punto, en tu cuaderno, en las oraciones que correspondan:
   En una pizarra de un aula podemos ver...
   Un palo de escoba es la unión de...
   Un granito de azúcar representa un...

3. Operaciones con segmentos

3.1 Adición de segmentos

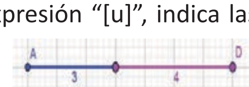
Para sumar dos o más segmentos, se traslada en la misma dirección, uno a continuación del otro.

Ejemplo: Sumar $\overline{AB} = 3\ [u]\ con\ \overline{CD} = 4\ [u]$



Notemos que cada segmento se escribe nombrando los extremos con letras mayúsculas la expresión "[u]", indica las unidades de longitud que pueden ser: cm, m, etc.

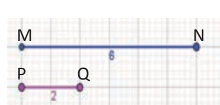
$$\overline{AB} + \overline{CD} = 7\ [u]$$



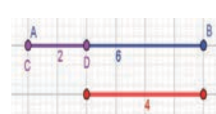
3.2 Sustracción de segmentos

Para restar dos segmentos, se traslada sobre el segmento minuendo el segmento sustraendo de manera que coincida uno de los extremos.

Ejemplo: Restar $\overline{MN} = 6\ [u]\ menos\ \overline{PQ} = 2\ [u]$

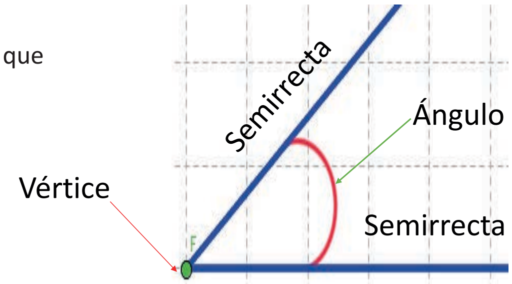


$$\overline{MN} - \overline{PQ} = 4\ [u]$$



4. Definición de ángulo

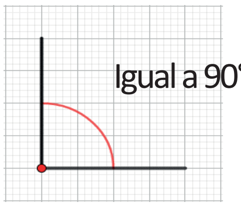
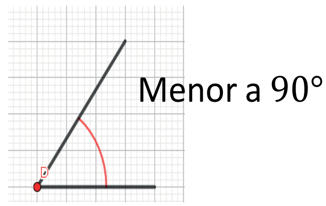
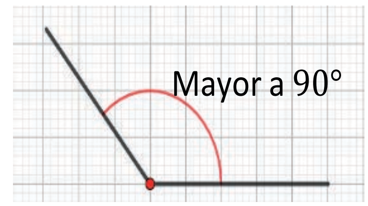
Un ángulo es el espacio formado por la intersección de dos semirrectas que tienen un origen en común.

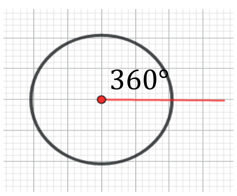
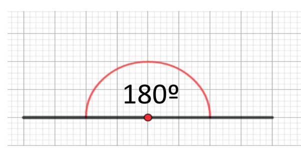
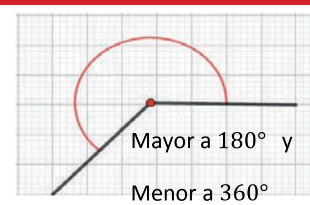
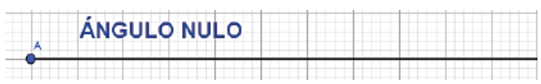


El punto en común u origen se llama vértice.

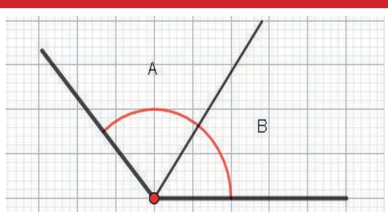
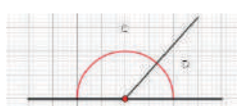
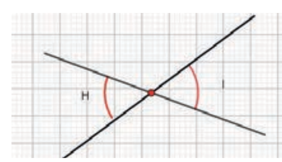
5. Clasificación de los ángulos

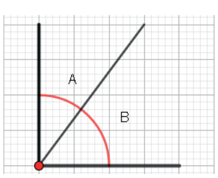
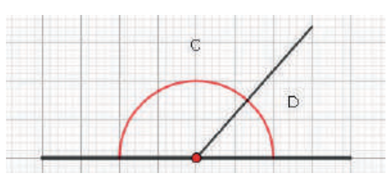
La clasificación de los ángulos según su medida:

Ángulo recto	Ángulo agudo	Ángulo obtuso
		

Ángulo completo	Ángulo llano	Ángulo cóncavo
		
Ángulo Nulo		

Clasificación de ángulos según sus características: Esta clasificación trata de ver un ángulo con respecto a otro, de tal manera que se puedan encontrar.

Ángulos consecutivos	Ángulos adyacentes	Ángulos opuestos por el vértice
	C + D = 180° y tienen un lado común 	

Ángulos complementarios		Ángulos suplementarios	
	A + B = 90°		C + D = 180°

¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Actividad 13. Reflexionamos acerca de la importancia de conocer ángulos y su aplicación en algunas ramas de la Matemática, posteriormente plasmamos los conceptos más relevantes en nuestro cuaderno.

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Actividad 14. Elaboramos una maqueta

Utilizando material reciclado, grupos comunitarios, construimos maquetas, para identificar las clases de ángulos en el contexto de la comunidad educativa.
Las maquetas deben ser de diferentes lugares conocidos.

REPRESENTACIÓN DE LAS FORMAS EN EL PLANO CARTESIANO

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

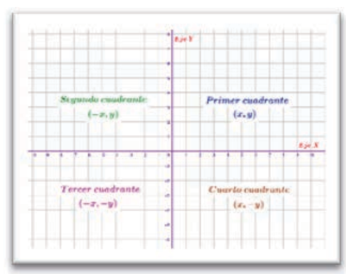
La ciudad de Potosí cuenta con una gran variedad de museos y edificios históricos, razón por la cual fue declarada Patrimonio Cultural de la Humanidad por la UNESCO. Siendo la torre de la Compañía de Jesús, uno de los museos más visitados, después de la Casa de Moneda. Si observamos la imagen satelital con ayuda de la brújula, podemos indicar que la torre de la Compañía de Jesús se encuentra a una cuadra al oeste de la Plaza 10 de noviembre, sobre la calle Ayacucho, pero la iglesia de San Francisco se encuentra a dos cuadras al sur de la misma plaza, sobre la calle Tarija.

Actividad 15. Trazamos el desplazamiento en la imagen satelital y respondemos las siguientes preguntas:

- Si la posición inicial es el Hotel Santa Teresa y se requiere llegar al mercado central. ¿Cuál sería el desplazamiento a realizar?
- Si nos encontramos en la Plaza de la Madre y deseamos regresar al Hostal Eucalyptus. ¿Cuál es la posición inicial? ¿Cuál será el desplazamiento a realizar?
- ¿Cuál será el trayecto recomendable para los turistas que desean visitar Potosí?
- ¿Qué lugares turísticos tiene el Estado Plurinacional de Bolivia?

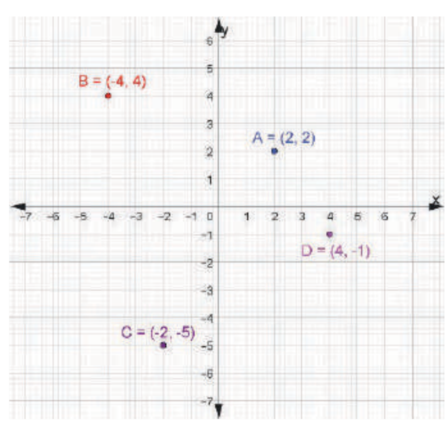
¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Plano cartesiano



El plano cartesiano es un sistema de coordenadas referenciales conformado por dos ejes, ambos ortogonales entre sí, los cuales se interceptan en un punto llamado centro u origen. El eje "X" horizontal se denomina eje de las abscisas y el eje "Y" vertical se denomina eje de las ordenadas, a partir del punto de origen, cada eje se divide en dos semiejes positivo y negativo, los cuales a su vez dividen al plano en cuatro superficies llamadas cuadrantes.

2. Par ordenado



Se denomina par ordenado a una expresión escrita de la forma: (a,b), donde "a" es la primera componente y "b" es la segunda componente, esta expresión representa un punto en el plano cartesiano. De acuerdo a los signos de cada componente, el punto se ubicará en el cuadrante correspondiente.

3. Puntos, segmentos, rectas y polígonos

3.1 Punto. Es la representación gráfica de un par ordenado.

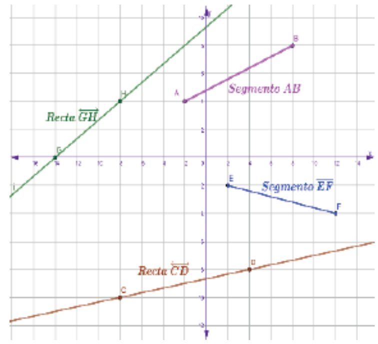
La ubicación del punto en el plano cartesiano depende de los signos de los componentes.

Ejemplos: Ubicamos los pares ordenados: (2,2), (-4,4),(-2,-1) y (4,-3).

Actividad 16. Realiza las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

1) Trazamos un plano cartesiano en nuestro cuaderno y ubicamos los siguientes puntos en el cuadrante que corresponda: (-4,3);(-2,1);(3,-4);(0,-2);(-3,-1);(-4,0);(5,4);(2,-5);(-1,-3);(4.1);(5,-6); (-6,-3)

2) ¿A qué cuadrante pertenecen los puntos que tienen una coordenada igual a cero?



3.2 Segmento

Un segmento es una porción de línea recta delimitada por dos puntos, se denota por letras mayúsculas que corresponden a sus extremos.

3.3 Recta

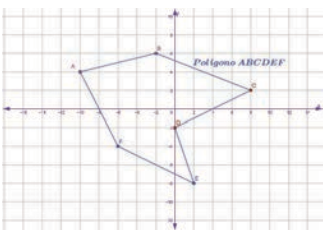
En el plano cartesiano podemos definirla como la prolongación ilimitada de un segmento en ambas direcciones. ***Ejemplos:*** En el gráfico observamos segmentos y rectas.

3.4 Polígono

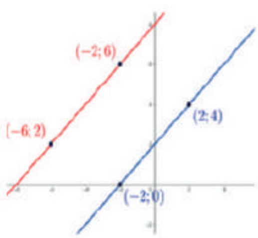
Para formar un polígono en el plano cartesiano debemos unir segmentos consecutivos en puntos comunes llamados vértices.

Actividad 17. Realiza las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

Ubicamos cada punto en un plano cartesiano, luego con ayuda de nuestro estuche geométrico trazamos los siguientes polígonos en un plano cartesiano, y calculamos la medida de sus lados.
1) Triangulo rectángulo (-5,5); (4,0); (-5,0).



2) Romboide (-5,5); (-3,1); (4,1); (2,5).
3) Cordiforme (-5,3); (-3,6); (0,4); (3,6) (5,3); (3,-1); (0,-4); (-3,-1).
4) Rombo (-3,-2); (-2,3); (3,4); (2,-1)
5) Trapecio isósceles (-4,-3); (-2,1); (3,1); (5,-3)
6) Trapecio escaleno (-3,-4); (-2,1); (4,1); (8,-4)
7) Pentágono regular (-4,2); (-3,-1); (0,2; -0,9) (1,1;2,1); (-1,5; 3,9)
8) Heptágono regular (-1;-4); (1; -3);(1,5; -0,8); (0;0,9); (-2,2;0,9); (-3,6; -0,9); (-3; -3,1)

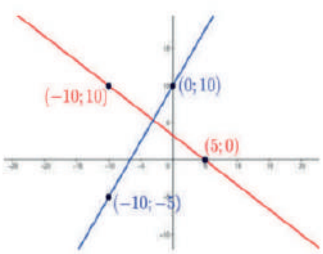


4. Rectas paralelas

Dos o más rectas son paralelas en el plano cartesiano cuando no presentan puntos o coordenadas cartesianas comunes, aunque prolonguen en ambas direcciones nunca se intersecan.

5. Rectas perpendiculares

Las rectas perpendiculares son aquellas que se intersectan formando un ángulo recto (de 90 grados).
Ejemplos: Ubicamos los puntos y posteriormente trazamos la recta así como podemos observar en los gráficos siguientes:



Actividad 18. En tu cuaderno ubica los siguientes puntos, trazamos las rectas correspondientes e indicamos si son rectas paralelas o perpendiculares:

1) Recta AB, que pasa por los puntos A(4;0) y B(2;4) Recta CD, que pasa por los puntos C(0;2) y D(-2;6).

2) Recta EF, que pasa por los puntos E(4;0) y F(-4;2) Recta GH, que pasa por los puntos G(0;2) y H(-8;4).

3) Recta IJ, que pasa por los puntos I(-6;6) y J(2;10) Recta KL, que pasa por los puntos K(-8; -2) y L(4;6).

4) Recta MN, que pasa por los puntos M(6;0) y N(-6;6) Recta OP, que pasa por los puntos O(8;4) y P(4;6).

5) Recta QR, que pasa por los puntos Q(4;4) y R(6;6) Recta ST, que pasa por los puntos S(4;2) y T(2;4).

¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Actividad 19. Realicemos las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

Reflexionemos sobre la importancia de la aplicación de los polígonos en la construcción de una casa para lo cual calculamos los perímetros de una propiedad que puede ser delimitada por un polígono.

¿En tu contexto como se aplican los polígonos? ¿Cómo podemos aplicar estos conocimientos en la cotidianidad?

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Actividad 20. Realicemos las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

- Construimos un plano cartesiano, con materiales reciclables de tu entorno, como una madera plana y clavos, similar a un geoplano, en el cual con ayuda de algunas cintas o bandas elásticas podemos representar polígonos, rectas paralelas y perpendiculares. Puedes plantear pares ordenados y posteriormente ubicarlos para formar segmentos o polígonos, así pones a prueba tu creatividad y tus conocimientos adquiridos.
- Trazamos el primer cuadrante de un plano cartesiano y representamos las jugadas permitidas de cada pieza del ajedrez, recuerda que son 6 piezas para cada jugador, sin embargo, algunas se repiten, pon a prueba tu creatividad y realiza esta actividad de manera interactiva.

NÚMEROS RACIONALES APLICADOS EN LA VIDA COTIDIANA

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Iniciamos la clase realizando la siguiente actividad:

- Conformamos grupos en base al conjunto de los números primos: 2,3,5,7 ...
- Repartimos a cada grupo una manzana.
- En cada equipo dividimos la manzana en función al número de integrantes en partes iguales.
- Realizar un gráfico con el valor de la fracción que le corresponde a cada integrante del equipo.

Actividad 21. Respondamos las siguientes preguntas en el cuaderno de ejercicios:

1. ¿Cómo fue la distribución de la manzana?

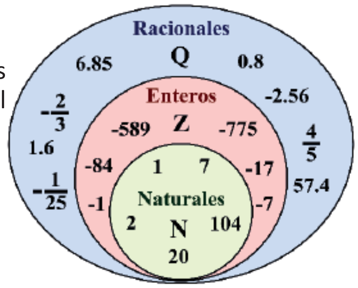
2. ¿Qué porción de la manzana comiste?

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. El origen de los números racionales

Los babilonios realizaban sus cálculos con fracciones cuyo denominador es una potencia de 60 en cambio los egipcios calculaban la resolución de problemas utilizando fracciones cuyos denominadores son enteros positivos. La mayoría de las operaciones que se realizan con números racionales dan como resultado otro numero racional, los cuales los aplicamos de manera constante, en el intercambio comercial, es decir, cuando pagamos el pasaje en el micro o el taxi , o cuando compramos en el mercado medio kilo de tomate, etc.

2. El conjunto de los números racionales



Se llama número racional a todo número que puede representarse como el cociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero. En otras palabras, un número racional tiene la forma:

$$\frac{a}{b}\ , \qquad con\ \ b \neq 0$$

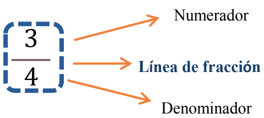
Donde "a y b" son números enteros, "b" es diferente de cero.
Se representa por Q, este conjunto está conformado por los números naturales, números enteros, el cero y los números fraccionarios.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \ \ /a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z}; b \neq 0\right\}$$

Todo número entero es racional porque podemos expresarlo como fracción; si a es un número entero, entonces podemos expresarlo como $a = \frac{a}{1}$

Por ejemplo, 7 es racional porque: $7 = \frac{7}{1}$

Elementos de una fracción



Se lee "tres cuartos".

Numerador. Es el número de partes elegidas y está ubicado en la parte superior.

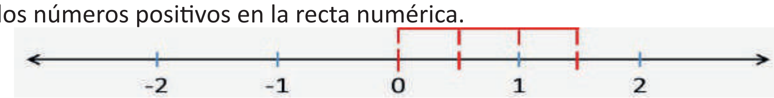
Denominador. Es el número de partes iguales en las que se ha dividido la unidad y está en la parte inferior.

3. Representación de números racionales en la recta numérica

Para representar el número racional a/b en la recta numérica, se divide cada segmento unidad en b partes iguales y se toman a de esas partes.

Representamos en la recta numérica el número racional $+\frac{3}{2}$

Ubicamos el sector de los números positivos en la recta numérica.



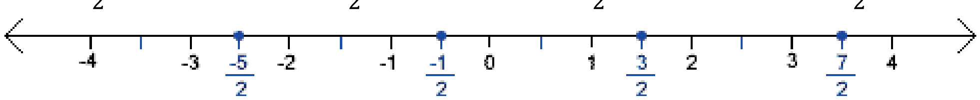
$+\frac{3}{2}$

Dividimos en dos los enteros, de acuerdo al denominador:

Cuando ubiques algún número negativo en la recta numérica, la única diferencia es que contamos las unidades hacia la izquierda y no hacia la derecha del punto 0.

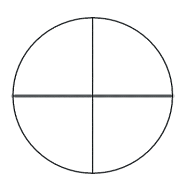
Actividad 22. Representamos en la recta numérica los siguientes números racionales en el cuaderno de ejercicios:

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) $-\frac{5}{2}$



4. Representación gráfica y relación de orden de los números racionales

Tomamos en cuenta los términos de un número racional para poder representarlos en figuras geométricas como un rectángulo o una circunferencia.

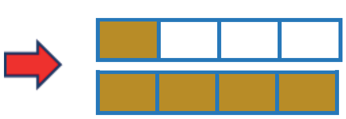


Trazamos el gráfico de $\frac{5}{4}$ que se lee "cinco cuartos".

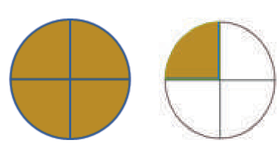
- Primero dibujamos el entero, como el denominador es cuatro, entonces lo dividimos en cuatro partes iguales.
- De acuerdo al numerador debemos pintar cinco partes, pero si observamos no es suficiente el gráfico realizado, entonces es necesario que elaboraremos otro similar. Es decir, dividir un nuevo entero en cuatro partes iguales y pintar las partes que nos falta para completar la cantidad del numerador (5).

En este caso observamos que el numerador es mayor que el denominador, por eso debemos tener cuidado en el trazado del gráfico.

$\frac{5}{4}$



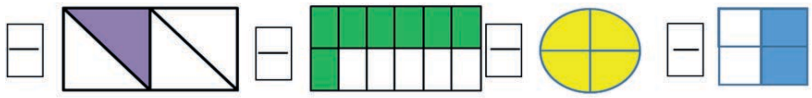
o también



Actividad 23. En tu cuaderno de ejercicios, traza los gráficos de los siguientes números racionales:

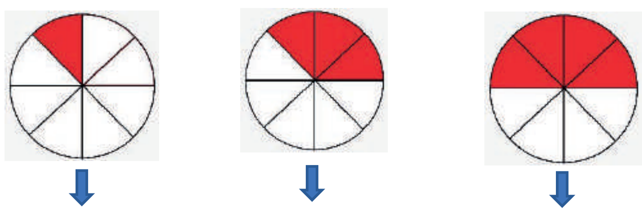
a) $\frac{5}{6}$ b) $2\frac{3}{2}$ c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{4}{3}$ e) $3\frac{4}{3}$

Observa los gráficos, completa los numeradores y denominadores según corresponda:



Fracciones homogéneas, heterogéneas y equivalentes

Fracciones homogéneas. Son aquellas que tienen el mismo denominador. Es decir, la unidad está dividida en la misma cantidad de partes y por ello sus denominadores son iguales.
Observa con detenimiento los gráficos y comprenderás mejor

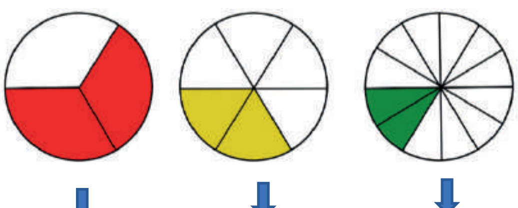


Cada círculo está dividido en 8 partes.

$\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$

Tienen denominadores iguales.

Fracciones heterogéneas. Son aquellas donde la unidad está divida en cantidades diferentes y por eso sus denominadores son distintos.
Observa con detenimiento los gráficos y comprenderás mejor.

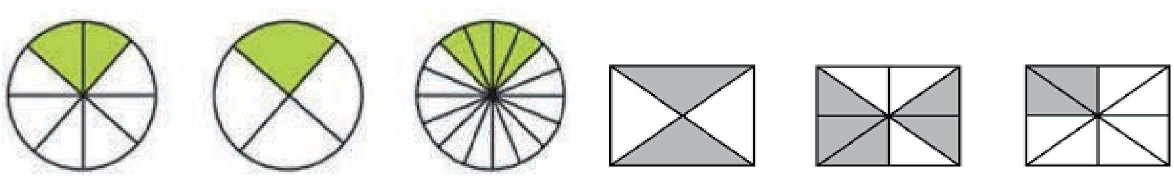


Cada círculo está dividido en cantidades diferentes.

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{2}{12}$

Tienen denominadores distintos.

Actividad 24. Observemos las regiones pintadas y escribe en tu cuaderno la fracción que corresponda. Posteriormente, anota si las fracciones son homogéneas o heterogéneas en la línea segmentada del lado inferior de cada grupo de gráficos:



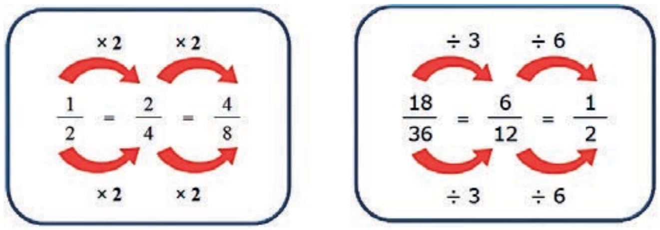
Fracciones equivalentes. Las fracciones equivalentes tienen el mismo valor, aunque parezcan diferentes.

¿Por qué son lo mismo?

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

"Porque cuando multiplicas o divides al numerador y denominador por la misma cantidad, la fracción no varía".

Recuerda que la multiplicación o división que apliques en el numerador se debe repetir en el denominador.



Multiplicando　　　　Dividiendo

Por eso, estas fracciones son en realidad la misma, observa el proceso.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \Leftrightarrow \qquad a * d = b * c$$

Verificación de fracciones equivalentes. Una manera sencilla de verificar fracciones equivalentes es mediante la obtención de productos cruzados los cuales deben ser iguales.

Ejemplo: $\frac{5}{7} = \frac{10}{14} \quad \Leftrightarrow \quad 5 * 14 = 7 * 10$

$70 = 70$

Verificamos si los números racionales son fracciones equivalentes:

a) $\frac{6}{5} = \frac{12}{10} \quad \Leftrightarrow \quad 6 * 10 = 5 * 12$

$60 = 60$

b) $\frac{12}{8} = \frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 12 * 2 = 8 * 3$

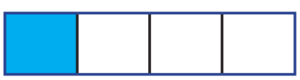
$24 = 24$

5. Fracciones propias, impropias y números mixtos

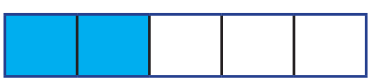
Fracciones propias. Son aquellas donde el numerador es menor que el denominador.

De este modo, las fracciones propias pueden ser expresadas mediante un número menor a 1, es decir, un número efectivamente fraccionario.

Ejemplos de fracciones propias:



Se lee “un cuarto”. ➡ $\frac{1}{4}$



Se lee “dos quintos”. ➡ $\frac{2}{5}$

Fracciones impropias. Son aquellas que tienen el numerador mayor al denominador.

Ejemplo de fracción impropia:

$\frac{9}{5}$ 

Fracciones mixtas o números mixtos. Una fracción mixta es la combinación de un número entero y una fracción propia.

Para convertir una fracción impropia a fracción mixta, dividimos el numerador entre el denominador, el cociente es la parte entera, el resto el numerador de la fracción y como denominador anotamos el mismo denominador.
Ejemplo: convertimos a fracción mixta las siguientes fracciones:

1

$$\frac{23}{5} = 4\frac{3}{5}$$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 23 & 5 \\ \hline (3) & 4 \end{array}$$

2

$$\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \hline (2) & 5 \end{array}$$

Convertimos fracciones mixtas a fracciones impropias. Después de observar el video del código QR, realizamos la conversión de fracción impropia a fracción mixta:

Convertimos la fracción mixta a fracción impropia.

$$5\frac{3}{5} = \frac{28}{5}$$

Cálculo auxiliar

$5 \times 5 = 25$

$25 + 3 = 28$

Actividad 25. Realicemos las siguientes operaciones en el cuaderno de ejercicios:

1. Realicemos las conversiones de fracción mixta a impropia, el cálculo auxiliar puedes realizarlo en tu cuaderno de prácticas y solo anota los resultados:

a) $3\frac{4}{7} =$ b) $7\frac{2}{5} =$ c) $5\frac{3}{8} =$ d) $12\frac{1}{3} =$ e) $9\frac{2}{9} =$ f) $15\frac{2}{11} =$

2. Realicemos las conversiones de fracción impropia a mixta, el cálculo auxiliar puedes realizarlo en tu cuaderno de prácticas, solo anota los resultados:

a) $\frac{13}{7} =$ b) $\frac{23}{4} =$ c) $\frac{39}{8} =$ d) $\frac{54}{3} =$ e) $\frac{67}{9} =$ f) $\frac{87}{11} =$

6. Operaciones con números racionales

6.1. Adición y sustracción

Adición de números racionales

En la adición de números racionales existen dos casos:

Adición de fracciones homogéneas → Con el mismo denominador

Adición de fracciones heterogéneas → Con diferente denominador

Adición de fracciones homogéneas. Para sumar dos o más fracciones homogéneas, se suman los numeradores y se mantiene el denominador. La forma genérica es la siguiente:

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$$

a) Resolvemos la adición.

$$\frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{4+7}{9} = \frac{11}{9}$$

b) Resolvemos la adición.

$$1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Ejemplo de adición:

$$\frac{21}{13} + \frac{32}{13} = \frac{21+32}{13} = \frac{53}{13} = 4\frac{1}{13}$$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 53 & 13 \\ \hline (1) & 4 \end{array}$$

Actividad 26. Realicemos las siguientes sumas de fracciones homogéneas:

a) $\frac{34}{17}+\frac{5}{17}=$ b) $\frac{43}{25}+\frac{8}{25}+\frac{11}{25}=$ c) $\frac{2}{21}+\frac{5}{21}+\frac{4}{21}=$ d) $1\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=$

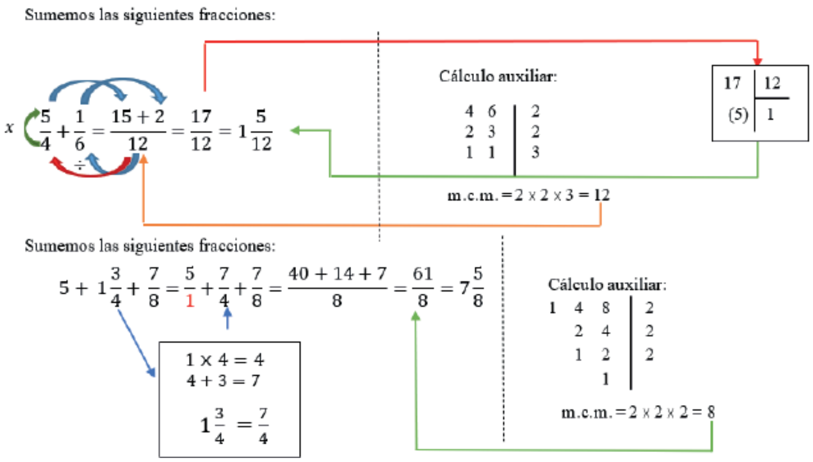
Adición de fracciones heterogéneas. Para sumar fracciones heterogéneas, se reducen los denominadores al común denominador, se suman y/o restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

Para sumar dos o más fracciones heterogéneas seguimos los siguientes pasos:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a*d+b*c}{b*d}$$

1. Se obtiene el común denominador (mínimo común múltiplo de los denominadores).
2. Se divide el común denominador entre los denominadores de cada una de las fracciones y se multiplican por los numeradores respectivos.
3. En la nueva fracción, se mantiene el común denominador y en el numerador realizamos las operaciones indicadas.
4. Se simplifica la fracción resultante si es posible hasta obtener una fracción irreducible.

Ejemplo: Realizamos la siguiente adición de fracciones:



No olvidemos que podemos convertir en número mixto las fracciones impropias, es decir en caso de que el numerador sea mayor al denominador, podemos dividir.

Actividad 27. Resolvamos las siguientes sumas de fracciones heterogéneas en el cuaderno de ejercicios:

a) $\frac{5}{7}+2\frac{3}{4}=$ b) $\frac{2}{6}+\frac{7}{10}=$ c) $\frac{2}{9}+\frac{1}{5}=$ d) $\frac{8}{15}+9=$

Propiedades de la suma en los números racionales

- **Propiedad asociativa.** Agrupando los sumandos de distinta forma, el resultado siempre será el mismo.

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$$

Sumamos, aplicando la propiedad asociativa:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)$$

$$\left(\frac{2+1}{4}\right)+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}+\left(\frac{2+3}{8}\right)$$

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}+\frac{5}{8}$$

$$\frac{6+3}{8}=\frac{4+5}{8}$$

$$\frac{9}{8}=\frac{9}{8}$$

- **Propiedad conmutativa.** Si cambiamos de distintas maneras el orden de los sumandos el resultado siempre será el mismo.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$$
$$\frac{2+1}{4}=\frac{1+2}{4}$$
$$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$$

- **Elemento neutro aditivo.** Cualquier número racional sumado con el número cero nos dará como resultado el mismo número racional.

$$\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$$

Ejemplos:

a) $\frac{3}{4}+0=0+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{5}{4}+0=0+\frac{5}{4}=\frac{5}{4}$

- **Elemento opuesto aditivo.** Es aquel número racional con diferente signo a un número racional, es decir sumados ambos nos dan como resultado el cero.

$\frac{a}{b}$ **su opuesto es** $-\frac{a}{b}$ $\Longrightarrow$ $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=\frac{a}{b}-\frac{a}{b}$

Ejemplo 1:

a) $\frac{3}{4}$ su opuesto es $-\frac{3}{4}$ **b)** $-\frac{12}{17}$ su opuesto es $+\frac{12}{17}$

Ejemplo 2:

a) $\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)=0$ **b)** $\frac{5}{9}+\left(-\frac{5}{9}\right)=0$

Actividad 28. Resolvamos los siguientes ejercicios aplicando las propiedades estudiadas en el cuaderno de ejercicios:

Propiedad conmutativa	
$\frac{8}{9}+\frac{3}{4}=\_\_\_+\_\_\_$	$\frac{7}{4}+\frac{3}{8}=\_\_\_+\_\_\_$
Propiedad Asociativa	
$\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{3}\right)+\frac{3}{5}=\_\_\_+\left(\_\_\_+\_\_\_\right)$	$\left(\frac{5}{4}+\frac{2}{3}\right)+\frac{7}{3}=\_\_\_+\left(\_\_\_+\_\_\_\right)$

Sustracción de números racionales

Podemos definir la resta o diferencia de dos números racionales como la suma del minuendo más el opuesto del sustraendo.

Minuendo ⟵ M+(-S) ⟶ Sustraendo

Al igual que en la suma de números racionales en la sustracción analizaremos los siguientes casos:

- **Sustracción de fracciones homogéneas.** Se mantiene el mismo denominador y restamos los numeradores (conservando el signo del mayor en el numerador).

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

Convertimos las fracciones mixtas a fracciones impropias.

$\frac{25}{7}-\frac{12}{7}=\frac{25-12}{7}=\frac{13}{7}=\boxed{1\frac{6}{7}}$ Cálculo auxiliar $\begin{array}{r|l} 13 & 7 \\ \hline (6) & 1 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \hline (3) & 2 \end{array}$

$3\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=\frac{16}{5}-\frac{3}{5}=\frac{16-3}{5}=\frac{13}{5}=\boxed{2\frac{3}{5}}$ Cálculo auxiliar $3\frac{1}{5}\Rightarrow 3 \text{ x } 5 + 1 = 15 + 1 = 16$

Actividad 29. Resolvamos las sustracciones homogéneas en el cuaderno de ejercicios:

$2\frac{3}{5}-\frac{5}{5}=$ b) $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}=$ c) $\frac{15}{22}-\frac{7}{22}=$ d) $\frac{7}{5}-4\frac{3}{5}=$

Sustracción de fracciones heterogéneas. Para restar dos o más fracciones heterogéneas se sigue similar procedimiento al de adición de fracciones heterogéneas, es decir:

1. Se obtiene el común denominador (mínimo común múltiplo de los denominadores), se divide el común denominador entre los denominadores de cada una de las fracciones y se multiplican por sus respectivos numeradores.

2. En la nueva fracción, se mantiene el común denominador y en el numerador realizamos las operaciones indicadas.

3. Si simplifica la fracción resultante si es posible, hasta obtener una fracción que sea irreducible).

La forma genérica es la siguiente:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a*d-b*c}{b*d}$$

Ejemplo:

a) $\frac{8}{3}-\frac{2}{5}=\frac{40-6}{15}=\frac{34}{15}=2\frac{4}{15}$ Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{l|l} 34 & 15 \\ \hline (4) & 2 \end{array}$$

Cálculo auxiliar:

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{array}$$

m.c.m. = 3 x 5 = 15

Ejemplo:

b) $2\frac{3}{7}-8=\frac{17}{7}-\frac{8}{1}=\frac{17-56}{7}=-\frac{39}{7}=-5\frac{4}{7}$

$$\begin{array}{l|l} 39 & 7 \\ \hline (4) & 5 \end{array}$$

Actividad 30. Resolvamos las siguientes sumas de fracciones heterogéneas en el cuaderno de ejercicios:

$\frac{4}{5}-1\frac{2}{4}=$ b) $\frac{5}{12}-2\frac{1}{3}=$ c) $\frac{2}{3}-9=$ d) $\frac{5}{12}-\frac{3}{20}=$

6.2. Multiplicación y división

Multiplicación de números racionales

Pasos para multiplicar números racionales:

1. Obtenemos el numerador multiplicando los numeradores entre sí aplicando la ley de signos.
2. Obtenemos el denominador multiplicando los denominadores entre sí.
3. Simplificar el producto hasta obtener una fracción irreducible.

Ley de signos de la multiplicación. En el proceso de resolución de multiplicaciones de números racionales podemos aplicar la ley de signos. En el siguiente esquema observamos la misma:

Ley de signos en la multiplicación

$(+)*(+)=(+)$
$(-)*(-)=(+)$
$(+)*(-)=(-)$
$(-)*(+)=(-)$

Ejemplo 1

$$\left(+\frac{5}{4}\right)\left(+\frac{1}{6}\right)=\frac{(5)\ *(1)}{(4)*(6)}=\frac{5}{24}$$

En caso de existir un número que no tenga denominador podemos incorporar el número 1 en su lugar, es decir en la parte inferior de la fracción.

Ejemplo 2

$$\frac{12}{25}*\frac{2}{15}*10=\frac{12\ *2*10}{25*15*1}=\frac{240}{375}=\frac{16}{25}$$

Nota. Recuerda que los signos utilizados para multiplicar son: ×,· ,*,( ).

Ejemplo 3

En una fracción cuando no lleva signo se sobre entiende que es positivo.

$$\left(+\frac{4}{15}\right)\left(-\frac{3}{10}\right)\left(-\frac{5}{12}\right)=+\frac{4\ *\ 3\ *\ 5}{15*10*12}=\frac{60}{1800}=\frac{1}{30}$$

Cuando existe signos en los factores, debemos multiplicar aplicando la ley de signos. Además, de simplificar si es posible.

Actividad 31. Resolvamos las multiplicaciones en el cuaderno de ejercicios:

$a)$ $\frac{12}{15}*\frac{7}{10}=$

b) $\frac{6}{21}*\frac{7}{10}*\frac{8}{5}=$

c) $\frac{5}{14}*\frac{7}{45}*2=$

d) $\left(-\frac{15}{22}\right)\left(-\frac{2}{25}\right)=$

e) $\left(-\frac{5}{2}\right)\left(+\frac{4}{25}\right)*6=$

f) $\left(-5\frac{15}{22}\right)\left(-1\frac{2}{25}\right)=$

g) $\left(+\frac{6}{15}\right)\left(-\frac{8}{22}\right)*6=$

h) $\left(-\frac{15}{22}\right)\left(+\frac{2}{25}\right)*\frac{3}{8}=$

Propiedades de la multiplicación de números racionales

Propiedad asociativa. El modo de agrupar los factores no varía el resultado.

Ejemplo. Demostrar la propiedad asociativa:

$$\left(\frac{a}{b}*\frac{c}{d}\right)*\frac{e}{f}=\frac{a}{b}*\left(\frac{c}{d}*\frac{e}{f}\right)$$

Propiedad conmutativa. El orden de los factores no altera el producto

$$\frac{a}{b}*\frac{c}{d}=\frac{c}{d}*\frac{a}{b}$$

$$\frac{3}{8}*\frac{1}{5}=\frac{1}{2}*\frac{3}{20}$$
$$\frac{3}{40}=\frac{3}{40}$$

Ejemplo 1:

$$\frac{5}{8}*\frac{9}{7}=\frac{9}{7}*\frac{5}{8}$$
$$\frac{45}{56}=\frac{45}{56}$$

Ejemplo 2:

$$\frac{3}{4}*\frac{9}{5}=\frac{9}{5}*\frac{3}{4}$$
$$\frac{27}{20}=\frac{27}{20}$$

Elemento neutro multiplicativo. El 1 es el elemento neutro de la multiplicación, porque todo número multiplicado por 1 da el mismo número.

Ejemplo: demostrar la propiedad.

a) $\frac{3}{8}*1=1*\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$

b) $\frac{2}{5}*1=\frac{2}{5}*1=\frac{2}{5}$

$$\frac{a}{b}*1=1*\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$$

- **Elemento inverso multiplicativo.** Un número es inverso de otro si al multiplicarlos obtenemos como resultado el elemento neutro.

De la fracción $\frac{a}{b}$ su inverso es $\frac{b}{a}$

$$\frac{a}{b} * \frac{b}{a} = 1$$

Ejemplo 1:

$$5 * \frac{1}{5} = \frac{5}{1} * \frac{1}{5} = 1$$

Ejemplo 2:

$$\frac{2}{3} * \frac{3}{2} = 1$$

- **Propiedad distributiva.** El factor se distribuye por cada uno de los sumandos y se realiza las operaciones indicadas. Ejemplo. Demostrar la propiedad:

$$\frac{1}{2} * \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} * \frac{1}{4} + \frac{1}{2} * \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} * \frac{7}{4} = \frac{1}{8} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

Actividad 32. Apliquemos las propiedades de la multiplicación para resolver los siguientes ejercicios en el cuaderno:

Propiedad conmutativa		
$\frac{1}{4} * \frac{9}{4} =$	$\frac{12}{17} * \frac{11}{18} =$	$\left(-\frac{6}{21}\right) * \frac{7}{2} =$

Propiedad distributiva		
$\frac{3}{5} * \left(\frac{9}{12} + \frac{1}{6}\right) =$	$\frac{7}{8} * \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) =$	$\frac{9}{4} * \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) =$

- **División de números racionales**

La división de dos números racionales es otro número racional donde también se aplica la ley de signos:

- Por numerador el producto de los extremos.
- Por denominador el producto de los medios.

Medios $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ Extremos

Ley de signos en la división

$(+) \div (+) = (+)$

$(-) \div (-) = (+)$

$(+) \div (-) = (-)$

$(-) \div (+) = (-)$

Ejemplo 1:

$$\frac{-\frac{21}{5}}{-\frac{7}{30}} = +\frac{\overset{3}{\cancel{21}} * \overset{6}{\cancel{30}}}{\underset{1}{\cancel{5}} * \underset{1}{\cancel{7}}} = +\frac{18}{1} = 18$$

a) $\dfrac{-\frac{16}{5}}{-17} = \dfrac{-\frac{16}{5}}{-\frac{17}{1}} = +\dfrac{16*1}{5*17} = \dfrac{16}{85}$

b) $\dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{10}} = +\dfrac{1*10}{5*3} = \dfrac{10}{15} = \dfrac{2}{3}$

Ejemplo 2:

$$\frac{2}{15} \div \frac{3}{20} = \frac{2*20}{15*3} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9}$$

Ejemplo 3:

$$\left(+\frac{25}{40}\right) \div \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{25*2}{40*5} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$

En el caso de que uno de los números no tenga denominador, podemos anotar el número 1 como denominador.

Nota: En el caso de que la división se presente de la siguiente manera debemos multiplicar primero los signos, luego se multiplica extremo con extremo y medio con medio.

Actividad 33. Resolvamos las divisiones en el cuaderno de ejercicios:

a) $\frac{6}{15} \div \frac{20}{35} =$ b) $\frac{-\frac{6}{10}}{-\frac{4}{22}} =$ c) $\left(-\frac{14}{20}\right) \div \left(+\frac{5}{2}\right) =$ d) $\frac{7}{-\frac{3}{16}} =$

6.3. Potenciación y radicación

Potenciación de números racionales

El exponente de una fracción se distribuye tanto al numerador y denominador.
La forma genérica es:

Elementos de la potenciación

Ejemplos:

Exponente

Base ← $\left(\frac{2}{4}\right)^3 = \frac{2\times 2\times 2}{4\times 4\times 4} = \frac{8}{64}$ → Potencia

Exponente, indica la cantidad de veces que se repite la base.

Base, es el factor que se repite.

Potencia, es el resultado.

Actividad 34. Calculemos las siguientes potencias en el cuaderno de ejercicios:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$ b) $\left(\frac{17}{22}\right)^2 =$ c) $\left(\frac{6}{9}\right)^3 =$

d) $\left(\frac{7}{9}\right)^5 =$ e) $\left(\frac{15}{21}\right)^3 =$ f) $\left(\frac{8}{13}\right)^7 =$

Signos de la potenciación en números racionales.

	Exponente	Signo de la potencia
Positiva (+)	Par o impar	Positivo (+)
Negativa (-)	Par positivo (+)	
	Impar negativo (-)	

Si la base es positiva y el exponente es par o impar el signo de la potencia siempre es positivo.

Ejemplos: a) $\left(+\frac{5}{6}\right)^4 = +\frac{5^4}{6^4} = \frac{625}{1296}$ b) $\left(+\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = +\frac{27}{64} = \frac{27}{64}$

- Si la base es negativa, el signo de la potencia dependerá del exponente.
- Si la base es negativa y el exponente es par, el signo de la potencia siempre va a ser positivo.

Ejemplos: a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = +\frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$ b) $\left(-\frac{4}{7}\right)^4 = \frac{4^4}{7^4} = \frac{256}{2401}$

Si la base es negativa y el exponente es impar, el signo de la potencia siempre va a ser negativo.

Ejemplos: a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1^3}{3^3} = -\frac{1}{27}$ b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{2^3}{5^3} = -\frac{8}{125}$

Actividad 35. Calculemos las siguientes potencias en el cuaderno de ejercicios:

a) $\left(+\frac{2}{3}\right)^6 =$ b) $\left(+\frac{5}{7}\right)^4 =$ c) $\left(-\frac{8}{9}\right)^4 =$ d) $\left(-\frac{12}{13}\right)^3 =$

Propiedades de la potenciación de números racionales
Así mismo, dentro de las operaciones de números racionales se distinguen distintas propiedades, estas son:

- **Potencia de exponente cero.** Toda fracción con exponente cero será igual a uno.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

Ejemplos: a) $\left(-\frac{5}{4}\right)^0 = 1$ b) $\left(\frac{6}{8}\right)^0 = 1$

- **Potencia de exponente 1.** Un número racional elevado al exponente 1 es igual al mismo número racional.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

Ejemplos: a) $\left(\frac{3}{7}\right)^1 = \frac{3}{7}$ b) $\left(\frac{9}{16}\right)^1 = \frac{9}{16}$

- **Potencia de exponente negativo.** Se invierte los términos de la fracción y luego se cambia el signo del exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplos: a) $\left(\frac{7}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$ b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)^3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$

- **Potencia de una potencia**. Se escribe la base elevada al producto de los exponentes.

$$\left\{\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m\right\}^p = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m \cdot p}$$

Ejemplos: a) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2\cdot 3} = \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \frac{64}{15625}$ b) $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^2\right\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot 2\cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}$

- **Multiplicación de potencias de igual base.** Se escribe la misma base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Ejemplos: a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \frac{243}{3125}$ b) $\left(\frac{4}{7}\right)^2 \times \left(\frac{4}{7}\right) = \left(\frac{4}{7}\right)^{2+1} = \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{64}{343}$

- **División de potencias de igual base.** Se escribe la misma base y se restan los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

Ejemplos: a) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \div \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^1 = \frac{4}{5}$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

- **Multiplicación y división de potencias de igual exponente.** Se asocia los factores y se eleva al exponente común.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n * \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} * \frac{c}{d}\right)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n$$

Ejemplos: a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 * \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \left(\frac{4}{5} * \frac{3}{8}\right)^2 = \left(\frac{12}{40}\right)^2 = \frac{144}{1600}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{3\times 5}{4\times 2}\right)^2 = \left(\frac{15}{8}\right)^2 = \frac{225}{64}$

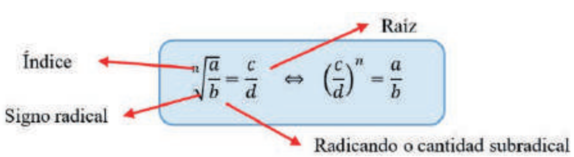
Actividad 36. Resolvamos las siguientes potencias aplicando las propiedades que corresponda en el cuaderno:

a) $\left(\frac{12}{35}\right)^0 =$	d) $\left(\frac{9}{135}\right)^1 =$	g) $\left(\frac{7}{8}\right)^2 \left(\frac{6}{11}\right)^2 =$	j) $\left(\frac{1}{9}\right)^5 \div \left(\frac{2}{5}\right)^5$
b) $\left(\frac{2}{5}\right)^1 =$	e) $\left[\left(\frac{8}{9}\right)^2\right]^2 =$	h) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^6 =$	k) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 * \left(\frac{4}{7}\right)^4$
c) $\left[\left(\frac{8}{9}\right)^2\right]^2 =$	f) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \left(-\frac{3}{5}\right)^3 =$	i) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} =$	l) $\left(\frac{5}{12}\right)^7 \div \left(\frac{5}{12}\right)^3$

Radicación de números racionales. Es la operación inversa a la potenciación, donde se extrae o encuentra la raíz de un número, básicamente consiste en encontrar la base de una potencia conociendo su exponente.

Elementos de la radicación de números racionales. Son: índice, raíz, signo radical y radicando.

Ejemplos:



$$\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$

- **Radical,** es el signo que nos indica la operación a realizar.
- **Índice**, es el número que nos indica las veces que se multiplicó el número racional para obtener el radicando.
- **Radicando o cantidad sub radical**, es el número que se encuentra dentro del signo de radical.
- **Raíz**, es el número que, elevado a una potencia igual al índice, nos da como resultado la cantidad subradical.

Cálculo de radicales. Para calcular el radical de un número racional se procede de la siguiente forma:

- El numerador y denominador de la fracción se descomponen en factores primos.
- Se agrupan los factores por potencias de tal forma que los exponentes sean iguales al índice del radical.
- Se extrae cada factor común cuyo exponente sea igual al índice.

Ejemplo. Descomponemos 8 y 27:

Hallar el valor de $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}} = \frac{2}{3}$$

Es decir: $8 = 2*2*2=2^3$ $\quad 27=3*3*3=3^3$

Actividad 37. Hallemos el valor de las siguientes raíces en el cuaderno:

a) $\sqrt{\frac{100}{49}} =$ b) $\sqrt{\frac{36}{49}} =$ c) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} =$ d) $\sqrt{\frac{64}{81}} =$

e) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}} =$ f) $\sqrt[3]{\frac{343}{512}} =$ g) $\sqrt[5]{\frac{7776}{16807}} =$ g) $\sqrt[6]{\frac{729}{15625}} =$

Propiedades de la radicación de números racionales. Para que estas propiedades se cumplan, se exige que el radicando de las raíces sea positivo.

Raíz de un producto. La raíz de un producto es igual al producto de las raíces de los factores:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b} * \frac{c}{d}} = \left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right) * \left(\sqrt[n]{\frac{c}{d}}\right)$$

Ejemplo: $\sqrt{\frac{9}{16} * \frac{49}{100}} = \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right) * \left(\sqrt{\frac{49}{100}}\right) = \frac{3}{4} * \frac{7}{10} = \frac{21}{40}$

-**Raíz de un cociente o de una fracción.** Es igual al cociente de la raíz del numerador entre la raíz del denominador:

Ejemplos: a) $\sqrt[3]{\frac{8}{64}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ b) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{625}} = \frac{2}{5}$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \div \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad ; \quad \sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$$

- **Raíz de una raíz.** Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva el radicando:

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[n\cdot m]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo: $\sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}}} = \sqrt[2\cdot 2]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{3}{2}$

- **Raíz de una potencia.**

$$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^m$$

Ejemplo: $\sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^5} = \left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{2^3}}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$

- **Exponente fraccionario.**

$$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplo $\sqrt[12]{\left(\frac{9}{16}\right)^{18}} = \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{18}{12}} = \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{\left(\frac{9}{16}\right)^3} = \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

Casos en la radicación de números racionales

Si la cantidad subradical o radicando es positivo, se puede extraer raíz de índice par e impar.

Ejemplos:

ÍNDICE PAR $\rightarrow \sqrt{\frac{81}{49}}=\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{49}}=\frac{9}{7}$ (RADICANDO POSITIVO; RAÍZ)

ÍNDICE IMPAR $\rightarrow \sqrt[3]{\frac{27}{125}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{3}{5}$ (RADICANDO POSITIVO; RAÍZ)

Si la cantidad subradical o radicando es negativo, sólo se puede extraer la raíz de índice impar.

Ejemplos:

ÍNDICE IMPAR $\rightarrow \sqrt[3]{-\frac{8}{216}}=\frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{216}}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$ (RADICANDO NEGATIVO; RAÍZ)

ÍNDICE PAR $\rightarrow \sqrt{-\frac{16}{49}}=$ (RADICANDO NEGATIVO)

No tiene solución en el conjunto de los números racionales

Actividad 38. Resolvamos las siguientes raíces aplicando sus propiedades en el cuaderno de ejercicios:

a) $\sqrt{\frac{4}{64}*\frac{16}{100}}=$ b) $\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2}=$ c) $\sqrt{\sqrt{\frac{64}{4}}}=$ d) $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^5}=$

e) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}\div\frac{343}{1000}}$ f) $\sqrt[8]{\left(\frac{7}{12}\right)^8}=$ g) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{1000000}}}=$ h) $\sqrt[3]{\left(-\frac{27}{125}\right)*\frac{1000}{1331}}=$

Simplificación de operaciones combinadas de números racionales

Es reducir a su mínima expresión, aplicando todas las propiedades de números racionales y las operaciones básicas. Jerarquía de las operaciones. A la hora de operar seguiremos las siguientes pautas:

- Primero se efectúan las operaciones al interior de los paréntesis. Si hubieran más de un signo de agrupación se realizan las operaciones de adentro hacia afuera.

- Dentro de los paréntesis o una vez eliminados, las operaciones se efectúan en el siguiente orden:

1. Las potencias y las raíces.
2. Las multiplicaciones y las divisiones (de izquierda a derecha).
3. Las sumas y las restas.

Ejemplo 1:

$\frac{3}{2}+\frac{3}{4}*\sqrt{\frac{64}{9}}-\left(\frac{5}{3}\right)^2*\frac{6}{12}\div\frac{5}{3}=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}*\frac{8}{3}-\frac{25}{9}*\frac{1}{2}\div\frac{5}{3}$ Radicación, potenciación y simplificación

$=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}*\frac{8}{3}-\frac{25}{9}*\frac{1}{2}\div\frac{5}{3}$ División.

$=\frac{3}{2}+\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}*\frac{\cancel{8}}{\cancel{3}}-\frac{\cancel{25}}{\cancel{9}}*\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}}$ Simplificación en las multiplicaciones.

$=\frac{3}{2}+2-\frac{5}{6}$ Resolvemos adiciones y sustracciones.

$=\frac{9+12-5}{6}=\frac{\cancel{16}}{\cancel{6}}=\frac{8}{3}$ Simplificamos para tener el resultado final.

Ejemplo 2:

$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}*\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{2}{5}+\frac{1}{3}*\left(\frac{5}{10}-\frac{2}{10}\right)^2$ Resolvemos la operación del paréntesis.

$=\frac{2}{5}+\frac{1}{3}*\left(\frac{3}{10}\right)^2$ Encontramos la potencia.

$=\frac{2}{5}+\frac{1}{3}*\frac{\cancel{9}}{100}$ Simplificamos en la multiplicación.

$=\frac{2}{5}+\frac{3}{100}$ Resolvemos la suma.

$=\frac{40+3}{100}$ Resolvemos la operación indicada.

$=\frac{43}{100}$

Actividad 39. Resolvamos las siguientes operaciones combinadas anotando el proceso de resolución como en los ejemplos presentados en el cuaderno de ejercicios:

a) $3\frac{1}{4}+2\frac{1}{4}\div\frac{3}{4}-\left(\frac{5}{2}\right)^2=$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{11}*\left(7\frac{2}{3}-\frac{5}{10}\div\frac{3}{13}\right)=$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\sqrt[3]{\frac{8}{27}*\frac{64}{125}}-\left(\frac{4}{7}\div\frac{1}{8}\right)^2$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{64}}}}*\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}+\left[\left(\frac{3}{5}\right)^0\right]^6$

e) $\left(-\frac{6}{5}\div\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{49}{100}\right)^{\frac{1}{2}}-\sqrt[3]{\frac{343}{1000}}$

f) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}\right]^3-\left(\frac{\frac{2}{9}}{\frac{9}{8}}\right)^{\frac{1}{4}}-\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$

7. Problemas aplicados al contexto y la tecnología

Para resolver cualquier problema de matemática con números racionales seguiremos los siguientes pasos:

- Leer y comprender el problema.
- Elegir una estrategia de resolución o plan.
- Resolver el problema.
- Examinar la solución.

1. Mamá realiza una variedad de compras en el mes, en la primera compra: $\frac{3}{4}$ kilos de arroz, en la segunda $\frac{5}{4}$ kilos de arroz y en la tercera $\frac{6}{4}$ kilos de arroz. ¿Cuántos kilos de arroz compró en total?

Datos:

1ra compra= $\frac{3}{4}$

2da compra= $\frac{5}{4}$

3ra compra= $\frac{6}{4}$

Solución:

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{4}+\frac{6}{4}=\frac{3+5+6}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$$

Respuesta. Se compró 3 kilos y $\frac{1}{2}$ de arroz.

2.Tres hermanos quieren repartirse el terreno que les dejó su padre para realizar siembras, el primer hijo decide tomar $\frac{1}{9}$ parte del total, el segundo un $\frac{1}{3}$ y el tercer hijo solo $\frac{1}{2}$. ¿ Qué parte del terreno utilizaron los tres hermanos? ¿Qué parte quedó sin sembrar?

Datos:

1er hijo= $\frac{1}{9}$

2do hijo= $\frac{1}{3}$

3er hijo= $\frac{1}{2}$

Solución:

Suma total para la siembra:

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2+6+9}{18}=\frac{17}{18}$$

Resta del total del terreno:

$$1-\frac{17}{18}=\frac{18-17}{18}=\frac{1}{18}$$

Respuesta: Los tres hermanos utilizaron $\frac{17}{18}$ del terreno para la siembra y $\frac{1}{18}$ quedó del terreno sin sembrar.

Un papá decide repartir su aguinaldo de Bs 2000 a sus dos hijos, al primero decide dar la mitad y al segundo una octava parte. ¿Cuánto de dinero le reparte a cada hijo?

Datos:

2000 Bs

Mitad $\frac{1}{2}$

Octava parte $\frac{1}{8}$

Solución:

1° $2000\times\frac{1}{2}=\frac{2000}{2}=1000$

2° $2000\times\frac{1}{8}=\frac{2000}{8}=250$

Respuesta: Al primero le tocó Bs. 1000 y al segundo le tocó Bs. 250.

4. María compra $\frac{1}{4}$ de kilogramo de harina, en la segunda cinco veces más de la primera compra. ¿Qué cantidad de harina compró María en la segunda compra? (multiplicamos por 5, porque indica que compra cinco veces más)

Datos:

$\frac{1}{4}$ kilogramo

5 veces más a multiplicar

Solución:

$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

Respuesta: María compró 1 kilo y $\frac{1}{4}$ de harina.

5. Cuatro estudiantes del nivel secundario deciden comprar 20 arrobas y media de fideo. ¿Qué cantidad le toca a cada uno?

Datos:

Fideo $20\frac{1}{2}$ arrobas de fideo

4 estudiantes

Solución:

$20\frac{1}{2} \div 4 = \frac{41}{2} \div 4 = \frac{\frac{41}{2}}{4} = \frac{41}{8} = 5\frac{1}{8}$

Respuesta: Le tocó a cada uno de ellos 5 y $\frac{1}{8}$ arrobas de fideos.

Actividad 40. Resolvamos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

1. Noemí compró en su primer viaje a la capital $\frac{1}{4}$ kilos de ají, en el segundo viaje compró $\frac{2}{4}$ kilos de ají y en el último viaje solo $\frac{1}{2}$ kilo de ají. ¿Cuánto ají compró en total Noemí?
2. Cuatro padres de familia deciden comprar 80 arrobas y media de verduras para el desayuno escolar. ¿Qué cantidad les toca comprar a cada uno?
3. Don Juan tiene 8 hijos y decide repartir su terreno que mide 50 hectáreas. ¿Cuánto de terreno reciben cada uno de ellos?
4. Una madre decide repartir su ahorro de Bs. 200 a sus tres únicos hijos, al primero la mitad, al segundo tres cuartos y al tercero dos cuartos. ¿Cuánto de dinero le corresponde a cada hijo?
5. Lucía camina $\frac{1}{2}$ kilómetros en la mañana, $\frac{1}{3}$ kilómetros en la tarde. ¿Cuántos kilómetros camina en total?
6. Se quitan $\frac{3}{4}$ de un pastel cada vez que se lo corta, ¿qué fracción del pastel quedará si estamos en el tercer corte?

¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Actividad 41. Leamos con atención y escribe tu opinión en tu cuaderno de ejercicios:

- Analizando los ejercicios anteriores, ¿Cómo podemos aplicar los números racionales en nuestra vida diaria?
- ¿Cuál es la importancia de aprender a resolver operaciones con números racionales?

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Actividad 42. Realicemos las siguientes actividades:

Lee atentamente:

1. Elabora en tu carpeta, esquemas de las propiedades de: adición, sustracción, multiplicación, potenciación y radicación de números racionales, las cuales las analizaremos una vez presentadas.
2. En grupos de tres estudiantes, elaboramos una receta similar a las fotos en las que se destaca principalmente el uso de fracciones u otra que esté de acuerdo a tus posibilidades para poder prepararlas en casa. (no importa de dónde obtengas la receta).
3. Cada uno de tus compañeros de trabajo, modificará la receta de acuerdo a la cantidad de personas que forman su familia, esto quiere decir que deberán realizar las operaciones pertinentes para acomodar la receta.
4. Cada compañero debe anotar en su cuaderno de prácticas la receta original y la modificación de la receta y los procesos realizados.
5. Debemos realizar en el cuaderno de práctica, un breve informe de la preparación de la receta, la experiencia que tuvieron en su familia, destacando sobre todo el uso de las medidas utilizadas.

Tortilla de salchicha

$\frac{2}{8}$ kg de huevos

$\frac{2}{4}$ kg de tomate

$\frac{1}{4}$ kg de espinaca

$\frac{1}{3}$ cucharadita de sal

$\frac{1}{2}$ kg de salchicha

$\frac{2}{3}$ taza pequeña de aceite

6. Producimos un texto con las recetas elaboradas, con todos los estudiantes de nuestro curso aplicando números racionales.

NÚMEROS DECIMALES COMO CONSECUENCIA DE LOS RACIONALES

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Actividad 43. Realicemos la siguiente actividad y respondemos las preguntas indicadas:

De visita al mercado de nuestra zona:
Preguntamos 10 alimentos necesarios en la canasta familiar de nuestra casa, los anotamos y posteriormente visitamos el mercado para averiguar los precios respectivos:
1) ¿Lograste encontrar todo lo de la lista?
2) Después de averiguar los precios y la cantidad que necesitan para la semana, suma cada monto y de esta manera tendrás un presupuesto semanal.
3) ¿Notaste la diferencia en las cantidades, eran precios exactos o algunos tenían cifras decimales, puedes mencionar cuáles?

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Números decimales en la comunidad

Los números decimales en la comunidad podemos encontrarlos de manera constante cuando vamos al mercado o la tienda y debemos pagar Bs 1.50 por algún producto o cuando compramos un litro de gasolina a Bs 3.74 o la calificación de una evaluación, como por ejemplo 15.5 puntos o cuando medimos la altura de una pared por ejemplo 3.5 m. Como puedes apreciar los números decimales se encuentran presentes en la cotidianidad.

ENTERO	COMA DECIMAL	DÉCIMO	CENTÉSIMO	MILÉSIMO	DIEZ MILÉSIMO
3	,	0	4	7	1

Se lee: tres enteros, cuatrocientos setenta y un diez milésimos.

2. Definición de números decimales

Los números decimales están compuestos por una parte entera (igual o mayor que uno) y otra parte decimal (menor que la unidad), estas dos partes están separadas por una coma o punto decimal.

Conversión de fracción a decimal exacto o periódico.

A decimales **exactos**:

1) $\frac{1}{4} = 0{,}25$

2) $\frac{2}{4} = 0{,}5$

10	4
20	0,25
" "	

⇨ A decimales **periódicos puros**:

$\frac{2}{3} = 0{,}6666\ldots \quad 0,\widehat{6}$ ***Periodo***

20	3
20	0, 666 … ∞
20	
20	
∞	

⇨ A decimal **periódico mixto**:

$\frac{17}{45} = 0{,}37777\ldots \quad 0{,}3\widehat{7}$ ***Periodo***

170	45
350	0, 3777 … ∞
350	
350	
∞	

Actividad 44. Realicemos las siguientes transformaciones y mencionamos qué tipo de decimal es:

Operaciones con números decimales

1) $\frac{37}{10} =$ 2) $\frac{19}{9} =$ 3) $\frac{22}{45} =$ 4) $\frac{15}{4} =$ 5) $\frac{41}{90} =$

3. Operaciones con números decimales

Adición y sustracción de números decimales

Para sumar y/o restar expresiones decimales, se seleccionan los positivos en una columna y en otra columna los negativos. Como resulta signos iguales en cada columna se suman, los resultados de positivos y negativos por ser signos diferentes se restan. Debe alinearse las comas decimales para sumar o restar decimales.

Ejemplo: Calculamos: 0,34 − 12,1704 + 123,00035 − 5 + 0,004 + 4 − 7,0302

Signos iguales se suman		**Signos diferentes se restan**
Positivos	**Negativos**	
+ 0, 34 +123, 00035 + 0, 004 + 4, +127, 34435	−12, 1704 − 5, − 7, 0302 24, 2006	El resultado lleva el signo del mayor valor absoluto + 127, 34435 − 24, 2006 **Respuesta** +103, 14375

Multiplicación, división y sus propiedades

Multiplicación de números decimales $-2{,}0034 * (-0{,}45) * 5 = +4{,}507650$

Multiplicamos en columna el primer y segundo factor	**El producto del 1er. y 2do. factor, multiplicamos por el 3er factor**
2,0034 ⇨ **4 Decimales** × 0,45 ⇨ **2 Decimales** **100170** **80136** **00000** 0,901530 De derecha a izquierda contamos 6 dígitos para poner la coma decimal.	0,901530 ⇨ 6 Decimales × 5 ⇨ 0 Decimales 4,507650 Igualmente contamos los dígitos de derecha a izquierda y para anotar la coma decimal.
Nota.- Si hubiere un cuarto factor o más factores se continúa multiplicando de la misma manera.	

División de números decimales. Analizaremos 3 formar para dividir decimales.

A. **Un número decimal entre un número entero.** Se divide como si fueran números naturales, cuando bajas el primer decimal se coloca la coma en el cociente y se continua con la división. Si la parte entera del dividendo es menor que el divisor, se escribe 0 y coma en el cociente, se sigue dividiendo como si fueran números naturales.

Ejemplo A $(-23,4) \div 25 = -0,936$

2	3	,	54		2	5		
	"	9	20		0,	9	3	6
		1	5	30				
			"	0				

B. **Un número entero entre un número decimal.** Se convierte el divisor en un número entero, para ello se multiplica al dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el divisor. Luego, se divide como números enteros o naturales.

Ejemplo B. $62 \div 0,4 = \underline{620} \div 4 = 155$

6	2	0		4	
2	2		1	5	5
	2	0			
		"			

C. **Un número decimal entre otro número decimal.** Se convierte el divisor en un número natural, para ello se multiplica al dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el divisor. Luego, se procede a dividir como en los casos A y B.

Ejemplo C

$24,6 \div (-1,2) = 246 \div (-12) = -20,5$

2	4	6		1	2
	"	6	10	20,	5
		"	"		

Operaciones combinadas con números enteros racionales y decimales

Actividad 45. Resolvamos las operaciones combinadas con números decimales en el cuaderno de ejercicios:

1) $-20,04 + 2,170 + 312,0003 - 51 + 0,005 + 1,1 - 671,0349 =$

2) $-6 + 17,017 - 3,0005 - 2,4 + 3,0043 + 4,4 - 1,032 =$

3) $4 * 0,892 * (-28,34) =$ 4) $3,8 \div (-5) =$ 5) $56,03 + 9 - 3,0512 =$

Actividad 46. Después de haber estudiado los números enteros, racionales y decimales, resolvamos ejercicios combinados:

1) $\frac{1}{5} + 3 + 0,2$ 2) $\sqrt{81} + 0,5 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$ 3) $\sqrt{\frac{25}{144}} - \frac{1}{6}$

4) $\sqrt{\frac{2}{3} * \frac{1}{24}} - (-1)^3 + 0,25$ 5) $7^2 + \frac{1}{2^3} - (0,4 * 4)$ 6) $\left(-7 + \frac{1}{7}\right) + (7^2 \div 7) - (1 - 0,95)$

¡Realicemos la valoración!

En las operaciones matemáticas que se realizan a diario para resolver problemas cotidianos, casi todos los números que se manejan son racionales, utilizándolos constantemente, a veces sin darnos cuenta.

Actividad 47. Analicemos sobre la aplicación de los números racionales en la vida diaria y respondamos las siguientes preguntas, en el cuaderno de ejercicios.

1) ¿Qué problemas cotidianos resuelves aplicando números decimales?
2) ¿Cómo crees que el ser humano descubrió los números racionales, ¿por qué motivo?
3) ¿Cuál es la importancia de conocer los procedimientos correctos para realizar operaciones combinadas con números enteros, racionales y decimales?

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Actividad 48. Resolvamos en el cuaderno de ejercicios:

1) Elaboramos una lista de las compras semanales que se realizan en la familia y expresamos las cantidades de peso, kilo, costo, etc. con números racionales y/o decimales o enteros, realizando las operaciones adecuadas para encontrar el peso total de los productos de la canasta familiar, el costo económico, etc.

2) Elabora una receta que agrade a tu familia u otra que esté de acuerdo a tus posibilidades, para poder prepararla en casa utilizando como patrón los números racionales.

RAZONES, PROPORCIONES Y REGLA DE TRES APLICADOS A LA COMUNIDAD

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Iniciamos con la historia de Francisco, cuando viajó a la ciudad de La Paz, acompañado de su padre, Julio.

Francisco y su querido papá, Julio, llegaron a la ciudad de La Paz desde Potosí. Francisco, muy sorprendido y emocionado por pasear en el teleférico, le dijo a su padre: “papito, lo primero que haremos en esta hermosa ciudad es ir a dar un paseo por todos los teleféricos, ¿puedes complacer mi deseo? ¿Por qué no?, le respondió su padre, -entonces vamos- dijo Francisco.

Al llegar al teleférico rojo, Francisco observó una gran cantidad de gente y preguntó al encargado cuántas personas pueden entrar en cada cabina. El encargado le respondió que seis.

Luego preguntó cuántas cabinas hay en el color rojo y el encargado le dijo que 15 cabinas.

Francisco, muy inquieto por tener más información sobre el teleférico, preguntó a su padre - papito, el encargado dijo que entran seis personas en cada cabina y tienen 15 cabinas. ¿Cuántas personas entran en total en todas las cabinas?, su padre le respondió: “solo multiplica, hijito”. Si en una entran seis, entonces multiplicas 6 por 15.

$$1\ cabina \rightarrow 6\ personas$$
$$15\ cabinas \rightarrow x$$

dividir

$$1 \rightarrow 6$$
$$15 \rightarrow x$$

multiplicamos

$$x = \frac{15 * 6}{1}$$
$$x = \frac{90}{1}$$
$$x = 90\ \boldsymbol{personas}$$

Actividad 49. De acuerdo a la lectura, realicemos un breve análisis y respondamos las siguientes preguntas en el cuaderno de ejercicios:

1. ¿Por qué se realizó la multiplicación para conocer el número de personas que pueden entrar a las cabinas?
2. ¿Cómo identificamos los factores para poder multiplicar?
3. ¿Qué tipo de regla o algoritmo se utilizó para responder las preguntas de Francisco?

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Razones y proporciones

Una razón es un cociente indicado entre dos números a/b, sus términos son el antecedente y el consecuente.

Una Proporción es una igualdad entre dos razones de una misma clase. Los términos de una proporción son los medios y extremos.

Ejemplo: Las dos razones entre las cantidades de azúcar y harina se escriben como proporción de la siguiente manera:

$\frac{4}{2} = \frac{12}{6}$ o $4 \div 2 = 12 \div 6$ Y leemos así: ***4 es a 2*** *como* ***12 es a 6***. Donde **4** y **6** son extremos, **2** y ***12*** son ***medios***.

Actividad 50. Realicemos las siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

Escribe **V** (*verdadero*) y **F** (*Falso*) en las etiquetas de las razones que forman o no una proporción.

$\frac{12}{6}=\frac{6}{2}$	$\frac{8}{2}=\frac{4}{1}$	$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}=\frac{2}{20}$	$\frac{8}{4}=\frac{6}{3}$

Escribe cómo se lee cada una de las siguientes proporciones:

$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$ $\qquad$ $8 \div 2 = 4 \div 1$ $\qquad$ $\frac{7}{3}=\frac{14}{6}$

....

Escribe proporciones cuya razón sea igual a los diferentes incisos. Aplica tus conocimientos de fracciones equivalentes.

a) $\boxed{9} \rightarrow \boxed{\frac{99}{11}} = \boxed{\frac{9}{1}}$ **b)** $\boxed{3} \rightarrow \boxed{\frac{\ }{\ }} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$ **c)** $\boxed{8} \rightarrow \boxed{\frac{\ }{\ }} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$ **d)** $\boxed{5} \rightarrow \boxed{\frac{\ }{\ }} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

Propiedad fundamental de las proporciones

En toda proporción, el **producto** de los extremos **es igual** al producto de los medios.

Actividad 51. A partir de la propiedad fundamental de las proporciones completemos la siguiente tabla en el cuaderno de ejercicios:

Proporciones	Extremos	Medios	Producto de los extremos	Producto de los medios
$\frac{6}{8}=\frac{12}{16}$	$6\ y$ ___	$8\ y$ ___	$6 * 16 = 96$	$8 * 12 = 96$
$\frac{12}{6}=\frac{24}{12}$	$12\ y$ ___	6 y 24	$12 * 12 = 144$	___ * ___ = 144
$\frac{6}{8}=\frac{18}{24}$	___ y 24	___ y 18	6 * ___ = ___	8 * ___ = ___

Calcula el término desconocido de las siguientes proporciones

$\frac{20}{\_\_} = \frac{40}{8}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = \frac{75}{\_\_}$ $\qquad$ $\frac{1}{25} = \frac{\_\_}{100}$ $\qquad$ $\frac{36}{10} = \frac{\_\_}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{50} = \frac{2}{\_\_}$ $\qquad$ $\frac{7}{14} = \frac{70}{\_\_}$

Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando, al aumentar o disminuir una de ellas, la otra también lo hace en la misma manera y proporción.

Ejemplo*:* Si 2 Kg de carne de pollo cuestan Bs 64 ¿Cuánto se pagará por 6 kg de carne de pollo?

Carne de pollo en Kg	Precio en Bs.
2	64
6	x

Si **aumentan** los kg de carne de pollo, entonces **aumentará** el precio.
Esto es proporcionalidad **DIRECTA.**

Expresando como proporción: $\frac{2}{32}=\frac{6}{96}$

Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una disminuye la otra en la misma proporción.

Ejemplo*:* Un albañil construye un muro en 2 días. ¿Qué tiempo tardarán 2 albañiles en construir el mismo muro?

Número de albañiles	Número de días
1	2
2	x

Los datos de las magnitudes reflejan que si **aumenta** la cantidad de albañiles entonces **disminuye** la cantidad de días. Esto es proporcionalidad **INVERSA.**

Expresando como proporción: $\frac{1}{2} = \frac{2}{\mathbf{1}}$

Actividad 52. Llenemos los datos en las tablas de los ejercicios 1, 2 y 3, encerremos la respuesta correcta en el cuaderno de ejercicios:

1) 5 hombres construyeron dos habitaciones en 2 semanas. En otro pueblo, un grupo de 10 hombres realizó el mismo trabajo en una semana.

Hombres	Semanas

2) 15 personas trabajan para arar completamente una parcela en un solo día, para 3 parcelas se necesitan 45 personas.

Parcela	Personas

3) Para transportar 90 estudiantes se necesitan 3 buses, entonces para 300 estudiantes se necesitan 10 buses.

Estudiantes	Buses

4) María corre alrededor del parque a una velocidad constante, si tarda 9 minutos para dar 3 vueltas, ¿Cuánto se demora en dar 15 vueltas?

45 minutos ; 20 minutos ; 46 minutos ; 12 minutos

5) Un compañero compra hamburguesas en un carro de comidas rápidas, el señor del carrito le dice que 3 hamburguesas le cuestan Bs. 15 y 5 le cuesta Bs. 25. ¿Cuál es el precio de 1 hamburguesa y la razón de proporcionalidad?

Bs. *3* Bs. *5* Bs. *75* Bs. *2*

2. Porcentaje

Se llama porcentaje o tanto por ciento al valor que corresponde a 100 en una proporción. Se representa por "%".
Ejemplo: Hallar el 15% de 32.

%	Número
100%	32
15%	x

$$x = \frac{15*32}{100} = \frac{480}{100} = 4{,}8$$

R. El 15% de 32 es 4,8

Ejemplo*:* En un curso de 40 estudiantes de secundaria, 6 reprobaron el área de Matemática, determina el % de estudiantes reprobados.

%	Estudiantes
100%	40
x	6

$$x = \frac{100 * 6}{40} = \frac{600}{40} = 15$$

El porcentaje de reprobados es 15%.

3. Regla de tres simple

3.1 Regla de tres simple

Es una forma sencilla de resolver problemas de proporcionalidad en la que se tienen tres datos conocidos y una incógnita. Recordemos que una incógnita es una cantidad que no conocemos, generalmente se representa con las últimas letras del abecedario. La regla de tres es simple cuando solamente intervienen en ella dos magnitudes, las cuales pueden ser directa o inversa.

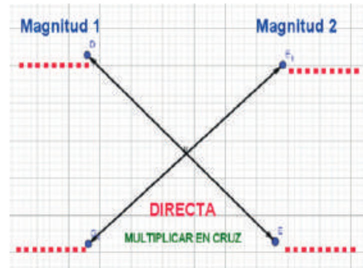
a) Regla de tres simple directa

Al aumentar una magnitud la otra también aumenta, al disminuir una magnitud la otra también disminuye, a esto se llama regla de tres directa.

Ambas Aumentan | **Ambas Disminuyen**

Para resolver un problema aplicando regla de tres simple directa, seguimos 3 pasos:

1.) Agrupar datos tomando en cuenta las magnitudes.
2.) Multiplicar datos en diagonal o cruz.
3.) El número solo divide.



Ejemplos:

1. Si con Bs 5 se compran 10 panes, ¿cuánto se necesitan para comprar 30 panes?
R. Significa que se necesitan Bs 15 para comprar 30 panes.
2. Si un obrero gana Bs 35 por día de trabajo ¿Cuánto dinero gana en 31 días?

Siguiendo los pasos:	Bs	Panes
1. Agrupamos datos 2. Multiplicamos en cruz 3. Dividimos entre el número que queda	5	10
	x	30

$$x = \frac{5 * 30}{10} = \frac{150}{10} = 15$$

Días	Bs.
1	*35*
31	*x*

$$x = \frac{35 * 31}{1} = 1085$$

R. Significa que el obrero gana en 31 días 1085 Bs.

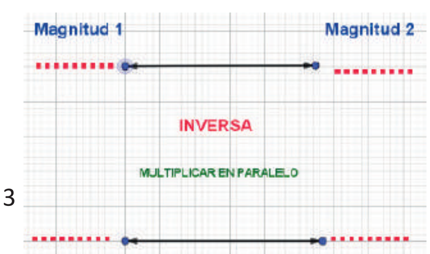
Actividad 53. Resolvamos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

1. Si 4 libros de lectura cuestan Bs 32. ¿Cuánto costarán 12 libros?
2. Un electricista cobra Bs 60 por punto de instalación domiciliaria ¿Cuánto ganaría si hace la instalación de una vivienda que consta de 30 puntos?
3. 500 hojas de papel tienen un costo de Bs 28 ¿Cuánto cuestan 300 hojas?

b) Regla de tres simple inversa

Al aumentar una magnitud la otra disminuye o al disminuir una magnitud la otra aumenta.

Una aumenta y la otra disminuye | **Una disminuye y la otra aumenta**



Para poder resolver un problema aplicando regla de tres simple inversa, seguimos 3 pasos:

1.) Agrupar datos tomando en cuenta las magnitudes.
2.) Multiplicar datos en paralelo.
3.) El número que queda solo, divide.

Ejemplos:

1. 4 obreros hacen una obra en 12 días ¿En cuántos días podrían hacer 7 obreros la misma obra?

Obreros	Días
4	12
7	X

$$x = \frac{4 * 12}{7} = \frac{48}{7} = 6.857$$

R. Significa que 7 obreros podrían hacer la misma obra en 6 días.

2. Una cierta cantidad de alimentos puede abastecer a 18 personas durante 7 días. Esa misma cantidad de alimento, ¿a cuántas personas puede abastecer durante 63 días?

Personas	Días
18	7
x	63

$$x=\frac{18*\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{9}{\cancel{63}}}=\frac{18*1}{9}=\frac{18}{9}=2$$

R. Puede abastecer a 2 personas.

Actividad 54. Resolvamos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

1) Una empresa telefónica contrató 50 empleados para instalar una red de fibra óptica. ¿Cuánto tiempo tardarán en hacerlo ya que un proyecto similar fue realizado por 80 empleados en 45 días?
2) Un grupo de comunarios quiere comprar un tractor agrícola, han calculado que entre 50 personas la cuota sería de Bs 6300, si llegaran a 75 comunarios. ¿Cuánto sería el aporte individual?
3) Una conexión a internet con una velocidad promedio en nuestro país tiene un costo de Bs 280. Con este precio, el servicio es accesible a 3 millones de bolivianos. Si la tarifa se redujera a Bs 100. ¿Cuántas personas podrían contratar este servicio?

4. Regla de tres compuesta

Cuando se relacionan tres o más magnitudes o variables, se trata de una regla de tres compuesta.
Las situaciones problemáticas en las que se aplica la regla de tres compuesta, dependiendo del tipo de relación de proporcionalidad entre variables, pueden ser directas, inversas o mixtas.

Ejemplos:

1) Si 8 obreros construyen 2000 metros de una carretera en 30 días ¿Cuántos metros construirán 12 obreros en 45 días?

Trabajadores	metros	días
De menos 8	+ 2000	*De menos* 30
a mas de 12	x	*A más* 45

A_1	B_1	C_1
A_2	B_2	x

$$x=\frac{A_2*B_2*C_1}{A_1*B_1}$$

$$\mathbf{x}=\frac{12*2000*45}{8\cdot 30}=\frac{1080000}{240}=4500$$

R. Construirán 4500 metros

- Primero se identifican las variables o magnitudes.
- Se observa la relación de proporcionalidad entre las magnitudes y la incógnita, si es directa o inversa aplicamos como en la regla de tres simple, colocando signo + a las cantidades que se multiplican y – a las que se dividen.

2) Por el consumo de electricidad equivalente a 12 focos encendidos permanentemente durante un periodo de 30 días, una familia paga 150 Bs. ¿Cuánto pagarían por el consumo equivalente a 9 focos permanentemente encendidos durante un periodo de 40 días?

Focos	Bs	Días
-12	$+150$	-30
$+9$	x	$+40$

$$x=\frac{9*150*40}{12*30}=\frac{54000}{360}=150$$

R. La familia pagaría 150 Bs.

3) En 4 días, 6 impresoras han impreso 100 libros. ¿Cuántos días tardarán en imprimir 50 libros si tenemos 4 impresoras?

Días	Impresoras	Libros
$+4$	$+6$	-100
x	-4	$+50$

$$x=\frac{4*6*50}{4*100}=\frac{1200}{400}=$$

R. Tardarán en imprimir 3 días

Actividad 55. Resolvamos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

1. El servicio de 3 Mbps satisface las necesidades de conexión de 5 dispositivos domésticos y tiene un costo de Bs 280 por mes. Si se contrata un servicio de 6 Mbps para conectar 8 dispositivos. ¿Cuál sería su precio si el incremento fuera proporcional?
2. Para contratar 10 constructores durante 15 días, se necesita un presupuesto de Bs 60 000. ¿Cuánto dinero se necesita para contratar 30 constructores durante 60 días?
3. Si 3 pintores tardan 10 días en pintar una casa. ¿Cuántos días tardarán 6 pintores en hacer el mismo trabajo?
4. ¿Cuántos ladrillos son necesarios para enladrillar un patio de 30 metros de largo y 23 metros de ancho, si se ocuparon 7 560 ladrillos para enladrillar un patio de 18 metros y 14 de ancho?
5. ¿Qué cantidad de gasolina requiere una motosierra para cortar 50 tablas? Si con 20 litros se cortaron 90 tablas.

¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Actividad 56. Resolvamos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

La estudiante María quería construir un huerto de forma circular con las mismas dimensiones que se determinó en consenso de dieciséis metros cuadrados (16m^2), asimiló que para tener ese resultado tendría que utilizar las siguientes fórmulas:

- Para un terreno cuadrado $A_{\blacksquare} = a^2$
- Para un terreno circular de $A_{\bullet} = \pi r^2$
- Como ambas áreas tienen el mismo valor lo expresó como $A_{\blacksquare} = A_{\bullet}$
- Obteniendo la relación $a^2 = \pi r^2$
- Donde pudo calcular el radio "r" que generará la superficie deseada $r = \sqrt{\frac{a^2}{\pi}}$ llegando a ser: $r = \sqrt{\frac{4^2}{\pi}}$ **=2.257 m**

Con el radio calculado construyó su huerto y recibió muchas ovaciones de sus compañeras, compañeros y maestro.

Actividad 57. Respondamos los siguientes preguntas en el cuaderno de ejercicios:

1. ¿En qué situaciones cotidianas aplicamos representaciones geométricas?
2. ¿Qué tan importante es el aprendizaje de los ángulos y su relación con la vida?
3. En tu contexto. ¿Cómo se aplican los conocimientos geométricos?
4. ¿Cuál es la importancia del estudio de las razones y proporciones en la cotidianidad en otras problemáticas?

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Actividad 58. Realicemos los siguientes actividades en el cuaderno de ejercicios:

- En tu hogar realiza un huerto familiar adecuado al espacio disponible de forma creativa utilizando las figuras planas y nociones matemáticas con referencia al cálculo de áreas, perímetros y proporciones.
- Puedes proponer huertos de tipo flotantes, verticales, camas movibles, decorativos, terapéuticos u otros.
- Puedes elegir plantas, legumbres, hortalizas u otras en función de las necesidades de tu hogar.
- Argumenta el espacio que la planta necesita en tu huerto para su buen crecimiento y producción.

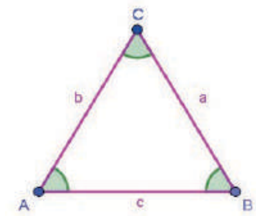
LA FORMA, EL NÚMERO Y LA SEMEJANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA COMUNIDAD

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Después de leer la lectura "LA HISTORIA DE ISÓSCELES EL TRIÁNGULO" que se encuentra en el código QR, responde en tu cuaderno:
- ¿Cuál es tu opinión acerca de respetar la diferencia nuestra y la de los demás?
- ¿Cómo podrías ayudar al niño Isósceles a construir su árbol familiar?
- ¿Qué actividades propones para dar acogida a un nuevo miembro en tu salón de clases?
- Elabora un glosario con las palabras nuevas mencionadas en el cuento, que se refieren al tema.

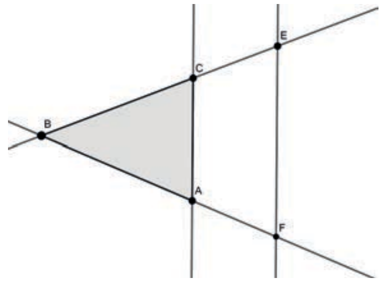
Escanea el QR

Ingresa el QR para ver más acerca del tema.



¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Triángulos semejantes



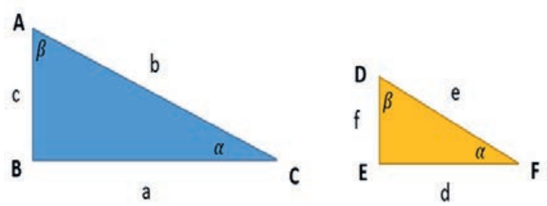
Teorema de Thales. Es el teorema fundamental de la teoría de semejanza de triángulos y menciona que: “Si dos rectas cualesquiera en diferente posición y con un punto de corte son cortadas por otras dos rectas paralelas, entonces los segmentos que determinan a ellas son proporcionales:

Entonces tendremos:

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BA} = \frac{FE}{CA}$$

Mediante es te teorema podremos establecer una proporción de lados.

Dos triángulos son semejantes si ambos tienen sus ángulos iguales, aunque no tengan la misma dimensión.



Los triángulos son semejantes:

$$\Delta BCA \sim \Delta EFD$$

Por tanto: $\sphericalangle BCA = \sphericalangle EFD \quad \sphericalangle CAB = \sphericalangle FDE$

$$\frac{c}{f} = \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = k$$

¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Actividad 59. Respondemos de manera reflexiva las siguientes preguntas:

- ¿La semejanza de triángulos es aplicable en situaciones de la vida?
- ¿Puedes identificar triángulos semejantes en tu entorno?
- ¿Cuál es tu opinión sobre la importancia del estudio de los triángulos semejantes?

¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

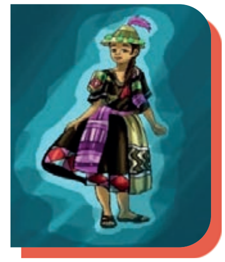
Actividad 60. Realizamos las siguientes actividades:

- Observamos la naturaleza y nuestro entorno para identificar triángulos semejantes y representarlos en una maqueta.
- Para ello podremos utilizar materiales reciclados como cartón, botellas vacías, papel reciclado, etc.
- Exponemos en la clase de matemática nuestras maquetas realizadas explicando las propiedades de los triángulos semejantes.

PERÍMETROS, ÁREAS Y FORMAS GEOMÉTRICAS APLICADAS EN LA VIDA COTIDIANA

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

La diversidad cultural de nuestro país muestra una innumerable riqueza en cuanto a los diseños y tejidos propios de cada región, que son valorados bajo estándares internacionales.



Actividad 61. Resolvamos los siguientes problemas en el cuaderno de ejercicios:

Respondamos las siguientes preguntas:
- Desde tu vivencia. ¿Cuáles son los tejidos que puedes mencionar?, descríbelo.
- En los diseños que pudiste observar. ¿Cuáles son las figuras geométricas que distingues?
- Dibuja en tu cuaderno, los polígonos que mencionaste.

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

La palabra polígono hace referencia a una figura plana delimitada por lados rectos, también podemos indicar que se refiere a una figura geométrica formada por una línea poligonal cerrada. Los polígonos pueden ser regulares o irregulares.

Polígonos regulares　　　　Polígonos irregulares

- **Polígonos regulares:** cuando todos sus lados son iguales, por tanto, sus ángulos también lo son.
- **Polígonos irregulares:** cuando sus lados y ángulos son diferentes

Actividad 62. Dibujemos tres polígonos regulares que conozcas y tres polígonos irregulares en el cuaderno de ejercicios:

1. Perímetro de polígonos regulares e irregulares

El perímetro de un polígono es igual a la suma de la longitud de todos sus lados.

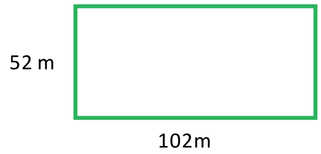
Perímetros de polígonos regulares

Polígono	Figura	Perímetro	Ejemplo
Triángulo equilátero	*l*	P =3* *l*	2 cm; P = 3 * *l* P = 3 *(2 cm) P = 6 cm
Cuadrado	*l*	P = 4* *l*	2 cm; P = 4 * *l* P = 4 * (2 cm) P = 8 cm
Rectángulo	*a*, *b*	P = 2a + 2b	1 cm, 2 cm; P = 2a + 2b P = 2(1) + 2(2) P = 6 cm
Rombo	*l*	P = 4 * *l*	1 cm; P = 4 * *l* P = 4 * (1 cm) P = 4 cm
Romboide o paralelogramo	*a*, *b*	P = 2a + 2b	1 cm, 3 cm; P = 2a + 2b P = 2(1) + 2(3) P = 8 cm
Trapecio isósceles	*c*, *a*, *a*, *b*	P = 2a + b + c	2.5 cm, 1 cm, 3 cm; P = 2a + b + c P = 2(1) + 3 + 2,5 P = 7,5 cm
Polígono regular	*l*	P= n* *l* "n" es el número de lados iguales del polígono	1.5 cm; P = n * *l* P = 5(1,5) P = 7,5 cm

Ejemplos:

1). En un campo de fútbol, el largo es de 100 metros y el ancho 50 metros, se quiere colocar una malla perimetral, con un margen de 1m en cada lado, para dejar espacio a los jugadores. ¿Cuántos metros de malla podemos comprar?

Resolución: La cancha mide 100 m por 50 m, sin embargo, debemos dar un margen de 1 metro a cada lado, por tanto el rectángulo a considerar es:

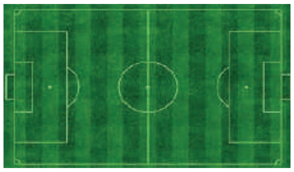


El perímetro es:

$P = 2a + 2b$

$P = 2(52m) + 2(102m)$

$P = 308\ m$



Cancha de futbol.

Es decir, que necesitaremos 308 metros de malla.

2). Un carpintero que construye mesas hexagonales para kínder, colocará una cinta alrededor de la misma para evitar rasmilladuras en los niños, si cada mesa tiene de lado 50 cm y debe construir 6 mesas. ¿Cuántos centímetros de cinta necesitará?

Determinamos el perímetro de un hexágono regular:

$P = n * l$

En este caso como se trata de un hexágono, tenemos n = 6, el lado mide 50 cm. Entonces tenemos:

$P = n * l$

$P = 6 * 50cm$

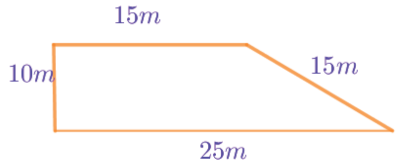
$P = 300cm$

El carpintero construirá 6 mesas, entonces necesita: 6*300 cm = 1800 cm de cinta para el borde de todas las mesas.

- Perímetro de polígonos irregulares, recordemos que los polígonos irregulares tienen sus lados diferentes, para hallar su perímetro simplemente sumamos las longitudes de todos sus lados.

Ejemplos:

Dña. Juana sembrará verduras en una parte de su lote, para evitar que los animales ingresen, cercará con cuatro filas de alambre este sector, su pequeño terreno tiene estas medidas. ¿Cuántos metros de alambre necesitará en total?



Calculamos el perímetro: $P = 25m + 15m + 15m + 10m$

$P = 65m$

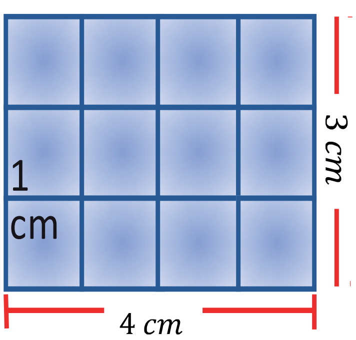
Como utilizará cuatro filas de alambre, entonces, necesitará un total de:
4*65 = 260 metros de alambre.

2. Áreas de figuras planas: triángulos, polígonos regulares e irregulares

2.1. Definición de área

Es el lugar geométrico comprendido dentro de los límites (el perímetro) de una figura geométrica cerrada, el cual es llamado también superficie o área. El área de las figuras geométricas está dado en unidades cuadradas "u²" (m^2; cm^2; Km^2; ft^2; $yard^2$; $pulg^2$; etc), lo cual nos indica cuántos cuadrados de una unidad de lado por otra unidad de lado entran en una figura geométrica. Analicemos el gráfico.

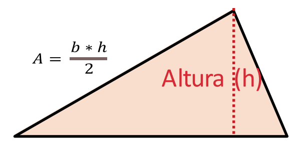
El rectángulo está formado por 12 cuadrados de 1cm por 1cm de lado, por lo tanto se dice que el rectángulo tiene 12 cm^2 de superficie o de área.



A diferencia del perímetro, que se obtiene sumando sus lados. El área se obtiene multiplicando el largo por el ancho de sus lados, pero debido a las características que cada figura posee, la forma de determinar su área varía. Veamos.

3. Triángulos

En un triángulo el área se obtiene multiplicando la base (cualquiera de los lados), por la altura (distancia perpendicular a la base, con el vértice opuesto del triángulo) y dividido entre dos.



4. Polígonos regulares

Los polígonos regulares son figuras geométricas planas cuyos lados tienen el mismo tamaño, inscritos dentro una circunferencia, por lo cual la forma de determinar el área puede depender de los lados de la figura o del radio de la circunferencia. Nosotros estudiaremos la obtención del área, dependiendo de sus lados.

Cuadrado: llamado también tetrágono, es la figura geométrica de cuatro lados iguales, su área de obtiene multiplicando dos de sus lados. $A = l * l$

Ejemplo 1: Determinar el área de un cuadrado de 5m de lado.

Solución:
$A = l * l$
A = (5 m) * (5 m)
A = 25 m²

Respuesta:
El área del cuadrado es:25 m²

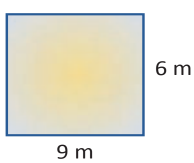
5. Polígonos irregulares

La forma de determinar el área de estas figuras es realizando una partición de la figura en otras más simples y de simple determinación de áreas, triángulos o rectángulos.

Antes de determinar áreas de figuras geométricas compuestas, iremos estudiando las áreas de figuras geométricas simples.

Rectángulo: es la figura geométrica de cuatro lados (dos pares desiguales), su área se obtiene multiplicando el ancho (a), por el largo (l). A = a *

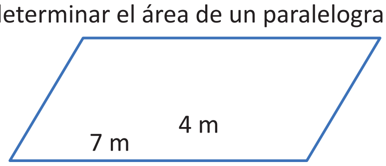
Ejemplo 2: determinar el área de un rectángulo de 6m por 9m de lado.



Solución:	Respuesta:
$A = a * l$	El área del cuadrado es:
A = (6 m)*(9 m)	54 m²

Paralelogramo: es la figura geométrica de cuatro lados (dos pares iguales) de lados inclinados paralelos, su área se obtiene multiplicando uno de los lados por la altura formada con esta. A = a*h

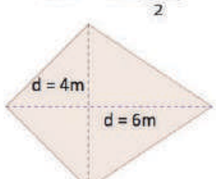
Ejemplo 3: determinar el área de un paralelogramo de 7m lado por 4m de altura.



Solución:	Respuesta:
A = a*h	El área del cuadrado es:
A = (7 m)*(4 m)	28 m²

Ejemplo 4: determinar el área del rombo mostrado.

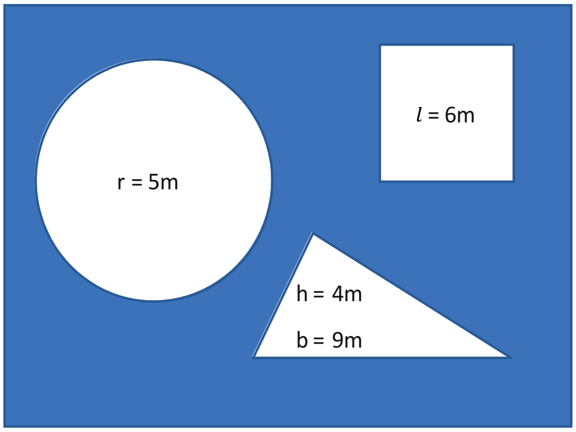
Rombo: es la figura geométrica de cuatro lados, el área de esta figura se obtiene multiplicando la diagonal mayor ***(D)***, por la diagonal menor ***(d)*** y dividido entre dos. $A = \frac{D * d}{2}$



Solución:	Respuesta:
$A = \frac{(D*d)}{2}$	El área del cuadrado es:
A=((6 m)*(4 m))	12 m²

Trapecio: Es la figura geométrica de cuatro lados (dos lados opuestos paralelos) de diferentes dimensiones, el área de esta figura se obtiene multiplicando la altura “h” entre los lados paralelos, por la suma de los lados paralelos “B,b” y divididos entre dos. A=(h*(B+b))

Ejemplo 5: calcular el área sombreada de la figura mostrada.



Solución:

La parte sombreada es no es completa, le faltan tres partes. Por lo cual al área más grande le quitaremos las áreas máspequeñas.

$A_T = A_R - A_\Delta - A_o - A_\blacksquare$

A_R =45 m*36 m=1.620m²

A_Δ $= \frac{(9\,m*4\,m)}{2}$=18m²

A_o = π*5 m*5 m=78,54m²

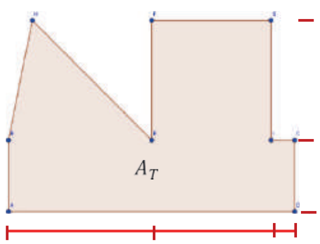
$A_\blacksquare$ = 6 m*6 m=36m²

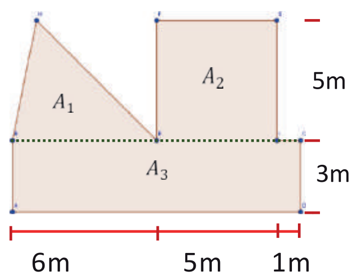
A_T =1.620m²-18m²-78,54m²-36m²

A_T = **1.487,46 m²** es lo que mide el área sombreada

Para determinar el área de algunos polígonos, es necesario poder transformarlo en dos o más figuras geométricas básicas, de las cuales se determinará su área, para luego sumarlas y así obtener el área total.

Ejemplo 6: determinar el área del polígono irregular mostrado.





Solución:

A_1 = 15m²

A_2 = 25 m²

A_3 = 36m²

$A_T = A_1 + A_2 + A_3$

A_T = 15m²+25 m²+36m²

A_T = 76m²

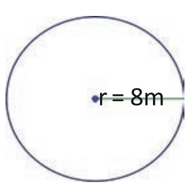
Nota. En este ejemplo podemos notar que una figura geométrica irregular se puede convertir en otra de formas básicas.

6. Círculo y circunferencia

Círculo. Es una figura geométrica plana, que representa a la superficie (o área) comprendida dentro de una circunferencia. La forma de determinar su área está definida por la fórmula: A = π * r² = π * r * r, donde “r” es la distancia del centro a cualquier parte de la circunferencia. Es importante hacer notar que π=3,14159265…

Circunferencia. Es una figura geométrica que representa a la línea exterior de una figura circular, la cual puede ser considerada también como el perímetro del círculo. La forma de determinarla está dada por la fórmula: P=2π*r

Ejemplo 8: determinar el valor del círculo y la circunferencia del radio de 8m.



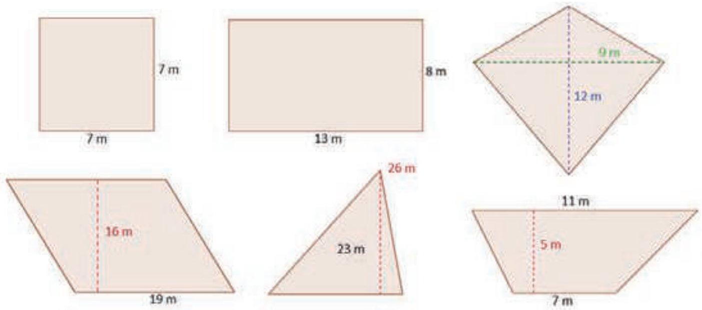
Solución:

P = 2π(8 m)=2*3,1416*8 m=50,26 m*

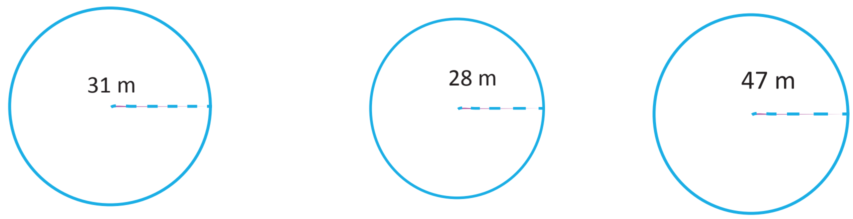
La circunferencia mide 50,26 m

A=π(8m)*(8m)=3.1416*64πm²=201,06m² El círculo tiene un área de: 201,06 m²*

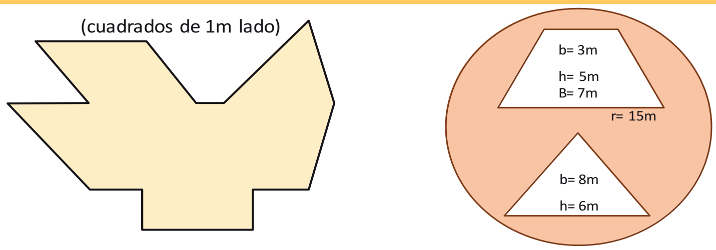
Actividad 61. Calculemos el valor de los perímetros de las siguientes figuras en el cuaderno de ejercicios:



Actividad 63. Calculemos el valor del círculo y de la circunferencia en las figuras mostradas en el cuaderno de ejercicios:



Actividad 64. Calculemos el área de las partes sombreadas de las figuras en el cuaderno de ejercicios:



¡Realicemos la valoración!

En nuestro país, tenemos una multitudinaria muestra de tejidos que realizan nuestros artesanos, tales como los que mostramos a continuación:

Conocedores, tal vez de algunas formas geométricas o polígonos, para la elaboración de estas muestras de tejido con calidad de exportación, nos llevan a reflexionar acerca de la importancia de valorar lo nuestro.

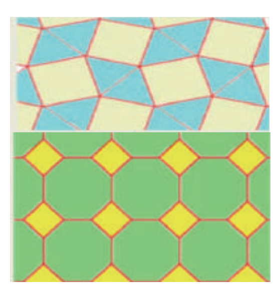
Actividad 66. Realicemos la siguiente actividad en el cuaderno de ejercicios:

Observamos con mucha atención las imágenes de los tejidos, luego en nuestro cuaderno, representamos gráficamente los polígonos que hemos observado.

¡Es hora de la producción!

Un teselado es la combinación de polígonos regulares o irregulares, que coinciden en algunos de sus lados y muestran así una sincronía tanto de colores como de polígonos utilizados.

Realizamos dos teselados utilizando polígonos regulares o irregulares.



LABORATORIO MATEMÁTICO

¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Actividad 67. Realicemos las siguiente investigaciones:

1. Investiguemos sobre la aplicabilidad del software matemático en procesos productivos.
2. Investiguemos sobre el origen del ajedrez y el sudoku.

¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. GeoGebra

1.1 Representación de los números enteros y racionales

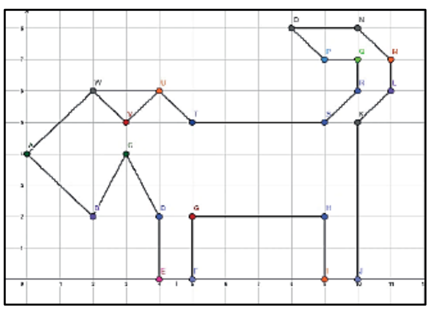
Sin duda uno de los softwares más utilizados en el área de Matemática es Geogebra, para poder observar e interactuar con el enlace del siguiente código QR, debes instalar en el dispositivo móvil que utilizas para hacer tus tareas, te ayudará a realizar varias actividades con mucha precisión.

Escanea el QR

Adición y sustracción de números enteros

1.2 Grafica de figuras planas

Siempre se han representado las figuras en el plano cartesiano, porque ambos elementos trabajan sobre dos dimensiones. Las cuales permiten que los puntos sean ubicados con precisión y presenten la forma deseada o requerida para su estudio.



A = (0, 4)	M = (11, 7)
B = (2, 2)	N = (10, 8)
C = (3, 4)	O = (8, 8)
D = (4, 2)	P = (9, 7)
E = (4, 0)	Q = (10, 7)
F = (5, 0)	R = (10, 6)
G = (5, 2)	S = (9, 5)
H = (9, 2)	T = (5, 5)
I = (9, 0)	U = (4, 6)
J = (10, 0)	V = (3, 5)
K = (10, 5)	W = (2, 6)
L = (11, 6)	

En este ejemplo puedes observar como de manera armónica se unen los segmentos para dar lugar a la silueta de una mascota.

2. Manejo de la calculadora

Escanea el QR

Una vez ingresando al video escaneando el código QR, podrás observar las principales funciones de una calculadora científica, observa con mucha atención, recuerda si tienen dudas puedes ingresar varias veces así consolidad tus conocimientos acerca del maneo de la calculadora científica.

Uso y manejo de una calculadora científica.

3. Taller de pensamiento lógico

El pensamiento lógico matemático es una de las habilidades más relevantes en la educación, pues ha venido adquiriendo interés en relación con el crecimiento exponencial de la tecnología.

Hoy queremos compartir contigo las razones más importantes por las que debemos fortalecer el desarrollo del pensamiento lógico matemático, así como algunas estrategias que podrás aplicar en el aula.

La vida es matemática, considera que todas nuestras acciones y decisiones diarias consisten en una “sutil configuración de patrones matemáticos”, los cuales nos permiten explicar cómo se conduce el mundo a través de cálculos estadísticos, probabilidades o leyes de la lógica que sin darnos cuenta, rigen nuestras decisiones diarias.

Técnicamente, utilizamos el razonamiento lógico matemático todo el día: cuando calculamos el tiempo para llegar al

colegio, o cuando hacemos cálculos para comprar algo; todo el día estamos razonando situaciones que requieren aplicar las matemáticas.
Te presentamos algunas opciones para que puedas mejorar tu pensamiento lógico matemático: resolver **crucigramas matemáticos,** que son mejores si tu los elaboras con los temas que sean de tu interés, una forma de compartir con tu familia es el armar **rompecabezas,** harán que tus pensamientos lógicos no sólo se enfoquen en números, sino también en colores y formas, completar sudokus, es un juego de capacitación en la que debes relacionar columnas y filas de 9 números distribuidos en 9 casillas, que a su vez están distribuidas en regiones, te ayudarán a mejorar tus capacidades intelectuales y tomar mejores decisiones.

4. Ajedrez I

4.1. Nociones básicas

El Ajedrez es sin duda el deporte ciencia que puede practicarse desde cualquier edad, con las experiencias cotidianas que suceden, a veces es necesario realizar un análisis de cada situación para tomar las mejores decisiones, seguramente encontraras un sinfín de opciones para practicar este deporte, te presentamos una página en la que podrás encontrar todos los detalles para que seas un ajedrecista destacado.

Escanea el QR

Escanea el QR, para aprender las nociones básicas del ajedrez.

Escanea el QR

Ejercicios de mate en un movimiento.

4.2. Ejercicios de razonamiento (mate en 1, mate en dos, etc.)

Una vez que te familiarices con las principales jugadas de las piezas del tablero de ajedrez, podrás estar en campeonatos para desempeñar y mostrar tus potencialidades, así te presentamos esta página escaneando el código QR, para que puedas conocer como hacer mate en la menor cantidad de jugadas posibles y válidas.

Escanea el QR

Ejercicios de mate en dos movimientos.

5. Sudoku

Ingresa al siguiente código QR para acceder a las respuestas de las diferentes actividades, pero solo debe realizar para verificar si llegaste a la respuesta correcta.

¡Realicemos la valoración!

Actividad 68. Reflexivamente respondemos las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué es importante el desarrollo del pensamiento lógico matemático?
2. ¿Por qué es importante la aplicación de software matemático en la resolución de problemas?
3. ¿Cómo nos ayuda el ajedrez y el sudoku a desarrollar el pensamiento lógico matemático?

¡Es hora de la producción!

Actividad 69. Realicemos las siguientes actividades:

1. Investiga los diferentes tipos de tableros de ajedrez que existen.
2. Construye tu tablero de ajedrez y sus piezas con materiales del contexto.
3. Graba un videotutorial de la aplicación de GeoGebra en la resolución de problemas del contexto.

Escanea el QR

Conocemos las respuestas en el siguiente QR.

ESTADO PLURINACIONAL DE
BOLIVIA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

www.minedu.gob.bo
@minedubol
@minedubol
@minedu_bol
Ministerio de Educación - Oficial
MinEduBol
informacion@minedu.gob.bo
(591) 71550970 - 71530671
@minedu_bolivia

Av. Arce No. 2147 • Teléfonos: (591-2) 2442144 - 2442074 • Casilla de Correo: 3116
La Paz - Bolivia