



**ÁREA:**

# **FÍSICA**



**4<sup>to</sup>**

**AÑO DE ESCOLARIDAD**

**CAMPO: VIDA TIERRA Y TERRITORIO**



ESTADO PLURINACIONAL DE  
**BOLIVIA** MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN

© De la presente edición

Texto de aprendizaje. 4to año de escolaridad. Educación Secundaria  
Comunitaria Productiva. Subsistema de Educación Regular.

Texto oficial 2024

Edgar Pary Chambi

**Ministro de Educación**

Manuel Eudal Tejerina del Castillo

**Viceministro de Educación Regular**

Delia Yucra Rodas

**Directora General de Educación Secundaria**

#### **DIRECCIÓN EDITORIAL**

Olga Marlene Tapia Gutiérrez

**Directora General de Educación Primaria**

Delia Yucra Rodas

**Directora General de Educación Secundaria**

Waldo Luis Marca Barrientos

**Coordinador del Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional**

#### **COORDINACIÓN GENERAL**

Equipo Técnico de la Dirección General de Educación Secundaria

Equipo Técnico del Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

#### **REDACTORES**

Equipo de maestras y maestros de Educación Secundaria

#### **REVISIÓN TÉCNICA**

Unidad de Educación Género Generacional

Unidad de Políticas de Intraculturalidades Interculturalidades y Plurilingüismo

Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros

Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

#### **ILUSTRACIÓN:**

Gloria Velazco Gomez

#### **DIAGRAMACIÓN:**

Javier Angel Pereyra Morales

#### **Depósito legal:**

4-1-23-2024 P.O.

#### **Cómo citar este documento:**

Ministerio de Educación (2024). Texto de aprendizaje. 4to año de escolaridad. Educación  
Secundaria Comunitaria Productiva. Subsistema de Educación Regular. La Paz, Bolivia.

Av. Arce, Nro. 2147 [www.minedu.gob.bo](http://www.minedu.gob.bo)

**LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA**

# ÍNDICE

Presentación.....	5
<b>FÍSICA.....</b>	<b>261</b>
<b>Primer Trimestre</b>	
El movimiento como principio fundamental del universo y el cosmos .....	262
El movimiento rectilíneo uniforme (MRU).....	266
El movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) .....	274
<b>Segundo Trimestre</b>	
Movimiento vertical como fenómeno gravitacional.....	282
Movimiento parabólico .....	290
<b>Tercer Trimestre</b>	
Movimiento circular uniforme (MCU).....	298
Movimiento circular uniformemente variado MCV .....	306
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>476</b>



## PRESENTACIÓN

Con el inicio de una nueva gestión educativa, reiteramos nuestro compromiso con el Estado Plurinacional de Bolivia de brindar una educación de excelencia para todas y todos los bolivianos a través de los diferentes niveles y ámbitos del Sistema Educativo Plurinacional (SEP). Creemos firmemente que la educación es la herramienta más eficaz para construir una sociedad más justa, equitativa y próspera.

En este contexto, el Ministerio de Educación ofrece a estudiantes, maestras y maestros, una nueva edición revisada y actualizada de los TEXTOS DE APRENDIZAJE para los niveles de Educación Inicial en Familia Comunitaria, Educación Primaria Comunitaria Vocacional y Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Estos textos presentan contenidos y actividades organizados secuencialmente, de acuerdo con los Planes y Programas establecidos para cada nivel educativo. Las actividades propuestas emergen de las experiencias concretas de docentes que han desarrollado su labor pedagógica en el aula.

Por otro lado, el contenido de estos textos debe considerarse como un elemento dinamizador del aprendizaje, que siempre puede ampliarse, profundizarse y contextualizarse desde la experiencia y la realidad de cada contexto cultural, social y educativo. De la misma manera, tanto el contenido como las actividades propuestas deben entenderse como medios canalizadores del diálogo y la reflexión de los aprendizajes con el fin de desarrollar y fortalecer la conciencia crítica para saber por qué y para qué aprendemos. Así también, ambos elementos abordan problemáticas sociales actuales que propician el fortalecimiento de valores que forjan una personalidad estable, con autoestima y empatía, tan importantes en estos tiempos.

Por lo tanto, los textos de aprendizaje contienen diversas actividades organizadas en áreas que abarcan cuatro campos de saberes y conocimientos curriculares que orientan implícitamente la organización de contenidos y actividades: Vida-Tierra-Territorio, Ciencia-Tecnología y Producción, Comunidad y Sociedad, y Cosmos y Pensamientos.

En consecuencia, el Ministerio de Educación proporciona estos materiales para que docentes y estudiantes los utilicen en sus diversas experiencias educativas. Recordemos que el principio del conocimiento surge de nuestra voluntad de aprender y explorar nuevos aprendizajes para reflexionar sobre ellos en beneficio de nuestra vida cotidiana.

Edgar Pary Chambi  
**Ministro de Educación**



## EL MOVIMIENTO COMO PRINCIPIO FUNDAMENTAL DEL UNIVERSO Y EL COSMOS

### PRÁCTICA

A través del Tubo de Mikola demostraremos el fenómeno físico denominado Movimiento, observando todos los elementos del mismo.

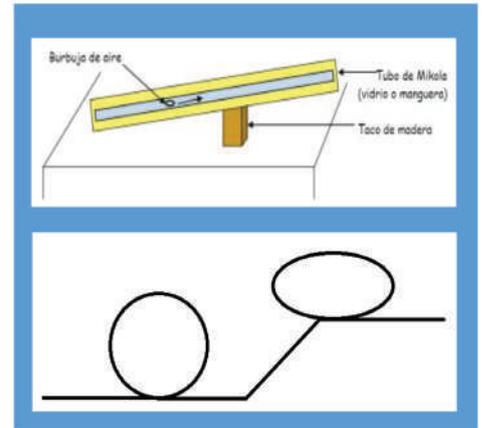
#### Materiales:

- Tubo transparente de 5 m de largo y ½ cm de diámetro.
- Cronómetro.
- Cinta métrica.
- Pegamento.

#### Procedimiento:

Llenar el tubo de agua dejando una burbuja dentro del mismo, posterior a ello tapanlo en ambos extremos para que no salga el agua y armar con el tubo el sistema de la imagen.

Una vez armado el sistema procedemos a mover la burbuja desde un extremo al otro, inclinándolo con un cierto ángulo y observamos lo que sucede durante el cambio de posición.



#### Actividad

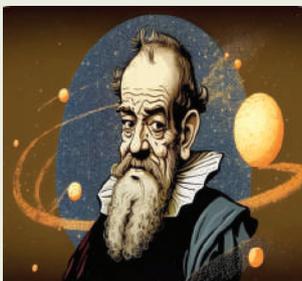
- ¿El espacio de aire (la burbuja) cambió de posición? ¿Cómo podríamos definirlo?
- ¿Qué tipo de trayectoria describió la burbuja por todo el trayecto?
- ¿Cuál fue la distancia recorrida de la burbuja?
- ¿La velocidad que tuvo la burbuja durante su movimiento, fue constante o variable?

### TEORÍA

#### GALILEO GALILEI

Los primeros en intentar describir el movimiento fueron los astrónomos y los filósofos griegos. Hacia 1605, posterior a ello Galileo Galilei hizo sus famosos estudios del movimiento de caída libre y de esferas en planos inclinados a fin de comprender aspectos del movimiento relevantes a su tiempo, como el movimiento de los planetas y de las balas de cañón. El nacimiento de la cinemática moderna tiene lugar con la alocución de Pierre Varignon el 20 de enero de 1700, ante la Academia Real de las Ciencias de París.

(Fuente: <https://elinsignia.com/2018/06/26/cinemática/>)



#### 1. Definición

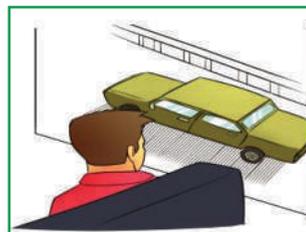
Durante el transcurso de la historia, el hombre ha intentado siempre dominar el movimiento. Una parte de la mecánica que se encarga de estudiarlo es la Cinemática.

“La Cinemática se encarga de estudiar el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan o modifican”.

Debemos tomar en cuenta que el movimiento es relativo y corresponde al movimiento medido por un observador relativo a su marco de referencia. Como ser en los siguientes ejemplos:



Un pasajero sentado en un asiento no se mueve respecto del bus; si lo hace el otro pasajero que avanza por el pasillo hacia atrás moviéndose hacia el sur.



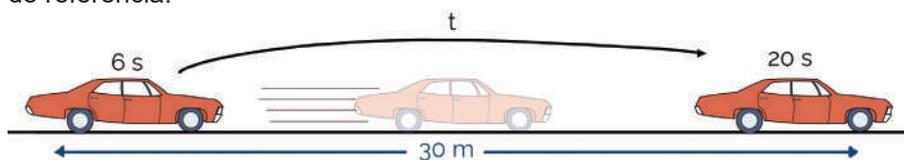
Un pasajero, al mirar por la ventana ve un automóvil moviéndose hasta alcanzar el bus y luego lo sobrepasa, moviéndose hacia el norte.



Cuando el pasajero que iba sentado se baja, su punto de vista cambia y ve que, en el bus, todos los pasajeros (aunque caminen hacia atrás por el pasillo) se mueven hacia el norte, al igual que el automóvil.

## 2. Movimiento

El movimiento es el cambio de posición en función del tiempo que experimenta un determinado cuerpo, objeto o partícula con respecto a un sistema o punto de referencia.



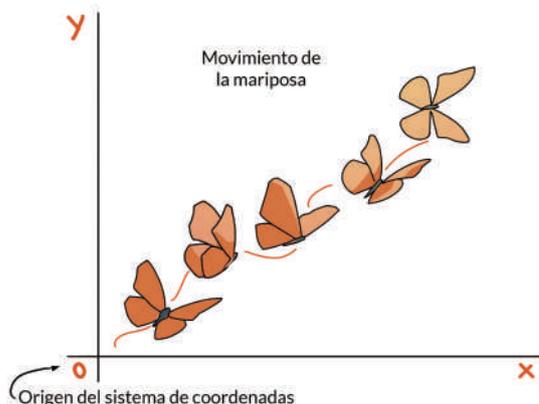
## 3. Elementos del Movimiento

**a) Cuerpo o móvil.** Se denomina así a todo cuerpo en movimiento constante o variable, respecto a un sistema de referencia.

**b) Posición.** Es la disposición en tiempo y espacio de un cuerpo o móvil que es representado a través de un sistema de coordenadas.

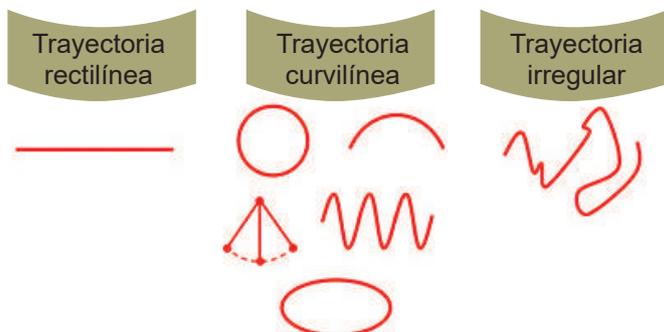
**c) Sistema de referencia.** Corresponde a un sistema o lugar del espacio donde se puede describir la posición como el movimiento de un cuerpo mediante un sistema de referencia.

- Punto de referencia u observador, punto a partir del cual se consideran las distancias.
- Sistema de eje de coordenadas, mapa formado por rectas perpendiculares: dos rectas ("X" y "Y" bidimensional) o tres rectas ("X", "Y" y "Z" tridimensional).



**d) Trayectoria.** Línea formada por las posiciones sucesivas por las que pasa un móvil o cuerpo.

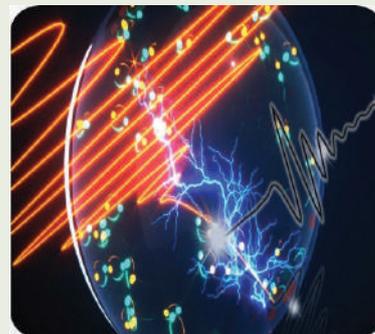
- Trayectoria rectilínea, un avión viajando en línea recta.
- Trayectoria parabólica, lanzamiento de un balón de fútbol con el pie.
- Trayectoria circular, las manecillas del reloj marcando la hora.
- Trayectoria elíptica, el movimiento de traslación de un planeta alrededor del sol.



## MOMENTO INVESTIGATIVO

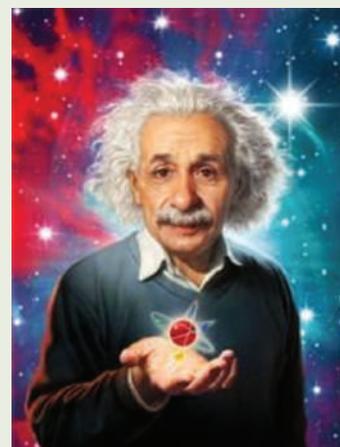
El movimiento de objetos grandes como pelotas de fútbol y otros, es estudiado por la mecánica clásica. Debido a la naturaleza cuántica del electrón y otras partículas diminutas que se mueven a altas velocidades, la mecánica clásica es inadecuada para describir con precisión su movimiento.

Es por ello que una rama de la física moderna es la mecánica cuántica que se encarga del estudio del movimiento de objetos de tamaño atómico o subatómico y así demuestran la dualidad onda-partícula.



En 1905, Einstein había argumentado que, a veces, la luz parecía consistir en "cuantos" (lo que hoy son los fotones diminutas partículas) y, cuatro años más tarde, introdujo la dualidad onda-partícula en la física.

Es decir que la luz podría describirse como onda o una partícula: era ambas. Einstein estaba pensando lo impensable.

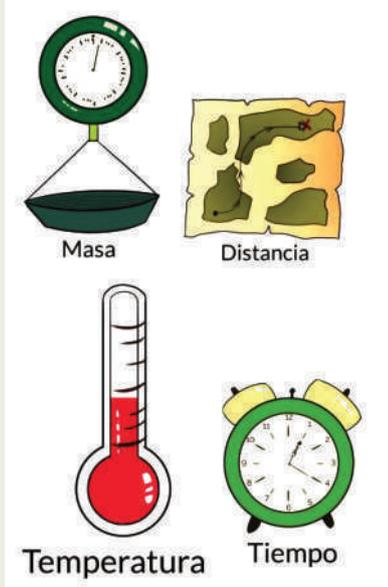


Fuente: <https://www.elmostrador.cl/cultura/2020/06/05>

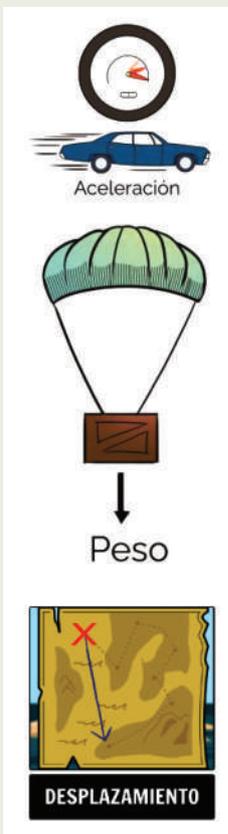
## RETROALIMENTACIÓN

### Magnitudes Físicas

Una Magnitud Escalar, consta de cantidad y unidad (módulo)

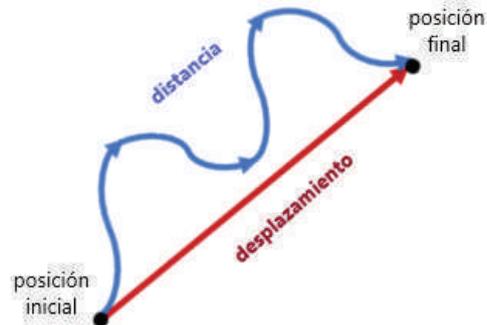


Una Magnitud Vectorial, consta de cantidad y unidad (módulo), dirección y sentido, lo cual se pueden representar con una flecha.



### e) Desplazamiento y distancia

La distancia es una magnitud escalar, es la medida o longitud de la trayectoria (d), el desplazamiento es una magnitud vectorial (d) representa el cambio de lugar o posición de un cuerpo.



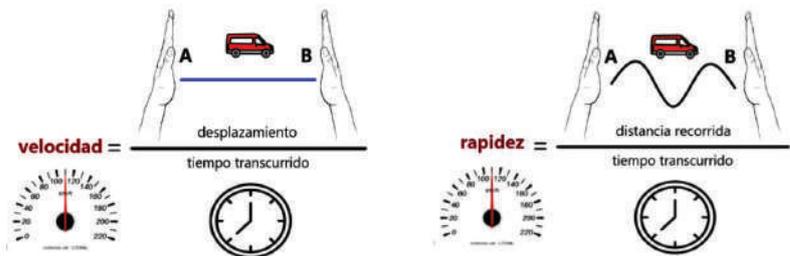
### f) Velocidad y Rapidez

La velocidad es una magnitud vectorial que resulta del cociente entre el desplazamiento con el tiempo. La rapidez es una magnitud escalar que resulta del cociente entre la distancia recorrida con el tiempo.

**Rapidez** (magnitud escalar)

Un automóvil se mueve a razón de **40 Km/h** hacia el Oeste

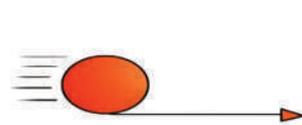
**Velocidad** (magnitud vectorial)



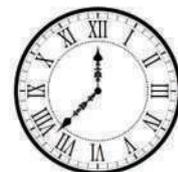
### 4. Clasificación del movimiento

El movimiento se clasifica tomando en cuenta su trayectoria y su velocidad.

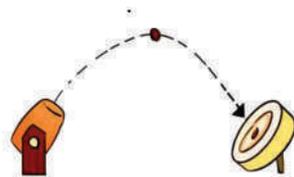
a) Según su trayectoria. Se clasifica en:



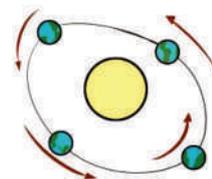
**a) Movimiento Rectilíneo**  
describe una trayectoria en línea recta.



**b) Movimiento Circular**  
describe una trayectoria en forma de circunferencia.



**c) Movimiento Parabólico**  
describe una trayectoria en forma de parábola.

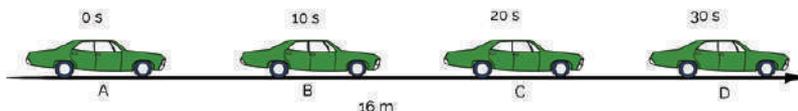


**Movimiento Elíptico**  
describe una trayectoria en forma de elipse.

**B. Según su velocidad.** Se clasifica en:

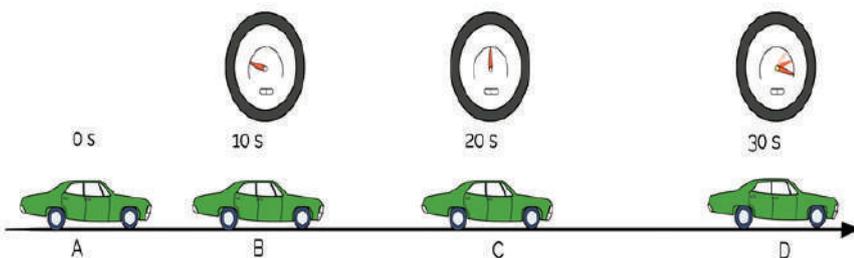
**a) Movimiento Uniforme**

Se caracteriza por tener una velocidad constante, es decir recorre distancias iguales en tiempos iguales.



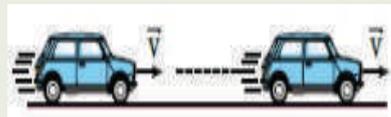
**b) Movimiento Variado**

Se caracteriza por tener una velocidad variable a lo largo de su trayectoria, es decir existe una "aceleración".

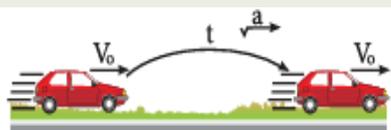


**MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)**

Un cuerpo tiene MRU si al desplazarse describe una trayectoria recta a velocidad constante.



**Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.)**



Un cuerpo tiene MRU si al desplazarse describe una trayectoria recta a velocidad variable lo cual produce una aceleración constante.

**Conociendo los elementos del movimiento**

Constantemente estamos en movimiento es decir nos trasladamos de un lugar a otro, manera de reflexión y valoración hacemos la siguiente experiencia.

Dentro de un área de  $10 \text{ m}^2$  nos fijamos dos puntos uno de inicio y otro de llegada, y comenzamos a movernos con diferentes trayectorias hasta llegar al otro punto.

Luego con la ayuda de un flexómetro medimos la distancia por la trayectoria por el cual nos trasladamos y posterior a ello medimos en línea recta desde el punto de inicio al punto final el desplazamiento realizado.

De acuerdo a la experiencia realizada, respondamos a las siguientes preguntas:

- ¿Cuán importante es identificar magnitudes escalares y vectoriales usados en la vida diaria?
- ¿Valoramos la importancia de reconocer los elementos del movimiento en nuestro diario vivir?



**VALORACIÓN**

**PRODUCCIÓN**

**Momento de experimentación**

Con la ayuda del tubo de Sandor Mikola comprenderemos de manera cuantitativa y cualitativa los elementos del movimiento como ser: cuerpo o móvil, trayectoria, distancia y desplazamiento, velocidad y rapidez. Asimismo, diferenciaremos magnitudes escalares y vectoriales dentro de este fenómeno.

- Fijemos el tubo de Sandor Mikola al soporte comenzando con el tubo en sentido totalmente horizontal.
- Inclínemos el tubo en variaciones de 20 grados hasta llegar a los 80 grados, utilizando el transportador.
- Por cada inclinación del tubo seguimos el movimiento de la burbuja, para ello se tomará tres veces el tiempo que tarda en recorrer la burbuja una distancia de 20 cm, 35 cm, 50 cm hasta llegar a 80 cm, es decir se tendrán 6 distancias y por cada tres tiempos, donde se calculará su promedio.
- Repetir el anterior procedimiento para cada una de las respectivas inclinaciones.
- Consignar los datos en una tabla con los datos trabajados.



## EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

### PRÁCTICA

Conociendo las magnitudes independientes y dependientes de un cuerpo con velocidad constante.

**Materiales:**

- Botella plástica transparente.
- 5 botones de color oscuro.
- Cinta masking.
- Agua.
- Marcador.
- Cuaderno y regla de 30 cm.
- Cronometro o celular.

Sobre la superficie de una mesa ubiquemos la botella plástica que sea totalmente transparente. Tomamos las medidas de abajo hacia arriba divididos cada 5 cm, la idea principal es obtener 6 divisiones (5cm, 10cm, 15cm, 20cm, 25cm y 30cm), sobre cada división coloquemos cinta masking y resaltemos con marcador.

Vertamos agua hasta llegar a unos 3 a 4 cm de la boca de la botella, hasta el cero o primera marca.



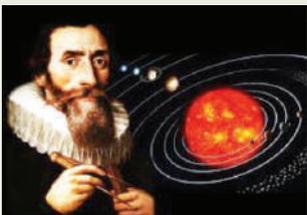
Actividad

**Responde a las siguientes preguntas:**

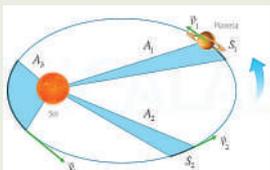
- ¿Qué tipo de trayectoria tuvo el botón dentro la botella?
- ¿El botón se movió con velocidad constante? ¿Por qué?
- ¿Qué magnitudes físicas medimos durante la práctica?
- ¿Cuál es la variable dependiente e independiente durante la medición?

### TEORÍA

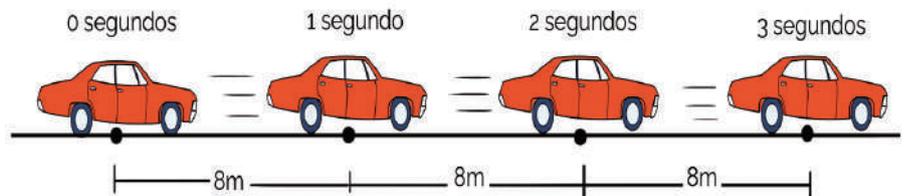
*Johannes Kepler (1571 - 1630) astrónomo y matemático alemán; conocido por sus leyes sobre el movimiento que tienen los planetas alrededor del sol en su órbita.*



*La segunda Ley de Kepler indica que los planetas se mueven con velocidad areolar constante. Es decir, el vector posición  $r$  de cada planeta con respecto al Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.*



**1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)**, se produce cuando un cuerpo o móvil recorre distancias iguales en tiempos iguales sobre una línea de trayectoria recta, permaneciendo así la velocidad constante.

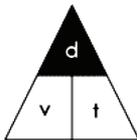


**2. Características del MRU**, se caracteriza por:

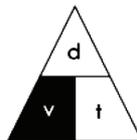
- Movimiento que se realiza en una sola dirección (horizontal o vertical).
- La velocidad permanece constante en valor, dirección y sentido.
- Describe desplazamientos iguales en tiempos iguales.
- El espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo empleado.

**3. Fórmulas del MRU**, la fórmula del movimiento rectilíneo uniforme contempla tres variables: Velocidad constante ( $v$ ), Distancia ( $d$ ) y Tiempo ( $t$ ).

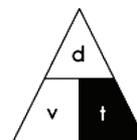
$$v = \frac{d}{t}$$



$$d = vt$$



$$v = \frac{d}{t}$$



$$t = \frac{d}{v}$$

Donde:  
 v = velocidad constante.  
 d = distancia recorrida.  
 t = tiempo empleado.

**4. Velocidad media ( $v_m$ )**, es el cociente entre el desplazamiento efectuado y el tiempo que emplea.

$$v_m = \frac{d_f - d_i}{t}$$

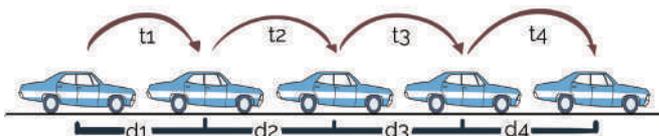
Donde:  
 v = velocidad media.  
 $d_i$  = distancia recorrida inicial.  
 $d_f$  = distancia recorrida final.  
 t = tiempo empleado.

**5. Velocidad instantánea ( $v_i$ )**, es cuando en el movimiento de un cuerpo, los intervalos de tiempo son considerados cada vez más pequeños, entonces la velocidad media se aproxima a una velocidad instantánea.

$$v_i = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Donde:  
 $v_i$  = velocidad instantánea.  
 $x_1$  = punto de recorrido 1.  
 $x_2$  = punto de recorrida 2.  
 $t_1$  = tiempo punto 1.  
 $t_2$  = tiempo punto 2.

**6. Velocidad Promedio ( $v_p$ )**, es el cociente entre las distancias recorridas y los tiempos empleados en cada tramo.



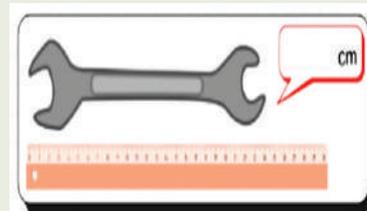
$$v_p = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n}$$

**7. Unidades y equivalencias**

UNIDADES	S. I.	C. G. S.
V	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}} = \frac{m}{s}$	$\frac{\text{centímetro}}{\text{segundo}} = \frac{cm}{s}$
D	metro = m	centímetro = cm
t	segundos = s	segundos = s

**MAGNITUD FÍSICA**

Es todo aquello que se puede medir con cierto grado de precisión, utilizando para ello una unidad de medida patrón.



**MAGNITUDES FUNDAMENTALES**

Son aquellas que se expresan mediante un número y una unidad de medida, además son la base para obtener otras magnitudes cuando se combinan



**Magnitudes Fundamentales**

Magnitud	Unidad de Medida	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	Kg
Tiempo	Segundo	s
Corriente Eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Cantidad de Sustancia	Mol	mol

**MAGNITUDES DERIVADAS**

Son aquellas que se forman cuando se unen dos o más magnitudes fundamentales.

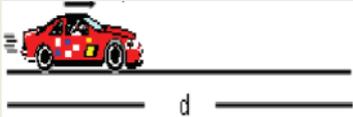


**Magnitudes Derivadas**

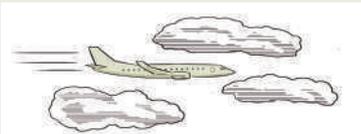
Área	Volumen	Densidad
$m^2$	$m^3$	$Kg/m^3$
Velocidad	Aceleración	
$m/s$	$m/s^2$	

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

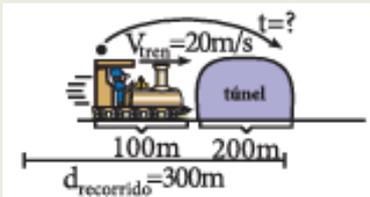
1) Si un automóvil se mueve con velocidad constante de módulo 4 km/h, ¿Qué distancia (en m) recorrerá los primeros 60s?



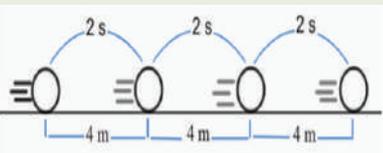
2) Un avión recorre 160 metros en 2 segundos ¿Cuál es su velocidad en km/h?



3) Un tren de 100 m de longitud viaja a velocidad constante de módulo 20m/s, ¿Qué tiempo demorará en cruzar completamente un túnel recto de 200m?



4) Un automóvil recorre 4 metros en 2 segundos, si recorre en total 12 metros en 6 segundos, ¿Cuál es su velocidad cada dos segundos y su velocidad después de haber recorrido los 12 metros en 6 segundos? ¿Es el mismo valor para la velocidad? ¿Por qué?

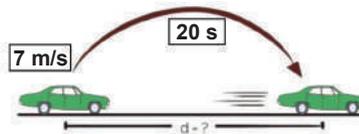


5) Un minibus y una motocicleta, recorren por la carretera una distancia de 20 km, el primero lo hace en 75 minutos y el segundo emplea 64 minutos, ¿Cuál es la velocidad de cada uno? ¿Por qué realizó menos tiempo la motocicleta?

Tiempo (t)	Distancia (d)
1 año = 365 día	1 km = 1000 m
1 día = 24 h	1 m = 100 cm
1 h = 60 min	1cm = 10 mm
1 min = 60 s	1 pul = 2,54 cm
1 s = 1000 ms	1 pie = 30,48 cm

**Ejercicios resueltos**

1) Un móvil avanza con MRU, a razón de 7 m/s durante 20 s. Calculemos la distancia recorrida. Expresemos el resultado en el sistema c.g.s.



Calculando "d"

Datos

$v = 7 \text{ m/s}$   
 $t = 20 \text{ s}$   
 $d = ?$

$$v = \frac{d}{t}$$

$$d = vt$$

Despejando la variable "d"

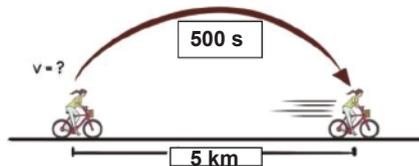
Reemplazando valores

$$d = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s}$$

$$d = 140 \text{ m} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$$

$$d = 14000 \text{ cm}$$

2) Una bicicleta con MRU recorriendo 5 kilómetros en 500 segundos. ¿Con qué rapidez avanza en el S.I.?



Datos

$d = 5 \text{ Km}$   
 $t = 500 \text{ s}$   
 $v = ?$

O.A. (conversiones)

$$5 \text{ Km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 5000 \text{ m}$$

Calculando "v"

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = \frac{5000 \text{ m}}{500 \text{ s}}$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

3) Un avión con MRU, se mueve a razón de 800 km/h y recorre una distancia de 40000 m ¿Cuál es el tiempo de recorrido en minutos?



Datos

$d = 40000 \text{ m}$   
 $t = ?$   
 $v = 800 \text{ Km/h}$

O.A. (conversiones)

$$40000 \text{ m} \cdot \frac{1 \text{ Km}}{1000 \text{ m}} = 40 \text{ Km}$$

$$800 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 13,33 \frac{\text{Km}}{\text{min}}$$

Calculando "t"

$$v = \frac{d}{t}$$

Despejando la variable "t"

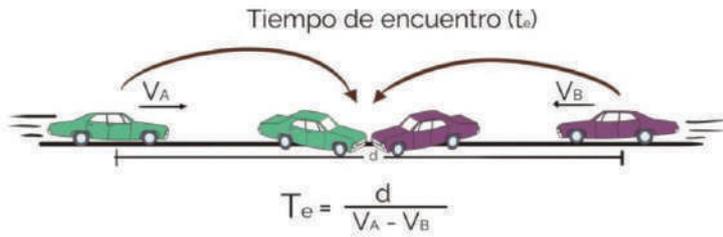
$$t = \frac{d}{v}$$

Reemplazando valores

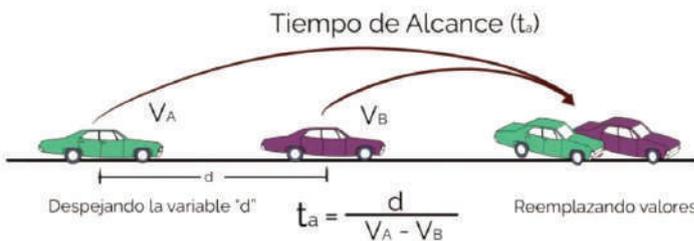
$$t = \frac{40 \text{ Km}}{13,33 \text{ Km/min}}$$

$$t = 3 \text{ min}$$

4) **Encuentro entre móviles**, dos móviles separados a una distancia “d”, parten simultáneamente al encuentro con velocidades de sentidos contrarios.



5) **Persecución entre móviles**, dos móviles separados a una distancia “d”, parten simultáneamente en el mismo sentido, el de atrás con mayor rapidez persigue al de adelante.



**Ejercicios resueltos**

1) Dos corredoras se aproximan una a la otra en una pista recta, con rapidez constante de 4.5 m/s y 3.5 m/s respectivamente. Cuando están separadas a 100 metros, ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse y en qué posición lo harán si mantienen su rapidez?

**Datos**  
 $v_A = 4.5 \text{ m/s}$   
 $v_B = 3.5 \text{ m/s}$   
 $d = 100 \text{ m}$   
 $t_e = ?$   
 $d_A = ?$   
 $d_B = ?$

**Calculando “ $t_e$ ”**

$$t_e = \frac{d}{v_A + v_B}$$

$$t_e = \frac{100 \text{ m}}{4.5 \text{ m/s} + 3.5 \text{ m/s}}$$

$$t_e = \frac{100 \cancel{\text{ m}}}{8 \cancel{\text{ m/s}}}$$

$$t_e = \underline{12.5 \text{ s}}$$

**Calculando “ $d_A$ ”**

$$d_A = v t$$

$$d_A = 4,5 \frac{\cancel{\text{ m}}}{\cancel{\text{ s}}} * 12,5 \cancel{\text{ s}}$$

$$d_A = \underline{56.25 \text{ m}}$$

**Calculando “ $d_B$ ”**

$$d_B = v t$$

$$d_B = 3,5 \frac{\cancel{\text{ m}}}{\cancel{\text{ s}}} * 12,5 \cancel{\text{ s}}$$

$$d_B = \underline{43.75 \text{ m}}$$

**ECUACIÓN DIMENSIONAL**

Es una expresión algebraica donde las variables que se tiene se relacionan por sus dimensiones, siendo estas unidades de medida que representan las propiedades físicas de un objeto o fenómeno.



**NOTACIÓN:**

Se usa un par de corchetes: [ ] Se lee “Ecuación dimensional”  
**Magnitudes Fundamentales**

Magnitud	E.D.
Longitud	L
Masa	M
tiempo	T
temperatura	$\Phi$
Intensidad de corriente	i
intensidad luminosa	j
Cantidad de sustancia	N

**MAGNITUDES DERIVADAS**

- [ÁREA] =  $L^2$
- [VOLUMEN] =  $L^3$
- [VELOCIDAD] =  $LT^{-1}$
- [ACELERACIÓN] =  $LT^{-2}$
- [FUERZA] =  $MLT^{-2}$
- [TRABAJO] =  $ML^2T^{-2}$
- [POTENCIA] =  $ML^2T^{-3}$
- [PRESIÓN] =  $ML^{-1}T^{-2}$
- [CALOR] =  $ML^2T^{-2}$
- [ENERGÍA] =  $ML^2T^{-2}$
- [TORQUE] =  $ML^2T^{-2}$
- [MOMENTUM LINEAL] =  $MLT^{-1}$
- [VELOCIDAD ANGULAR] =  $T^{-1}$
- [ACELERACIÓN ANGULAR] =  $T^{-2}$
- [CARGA ELÉCTRICA] =  $IT$

### VARIABLES EXPERIMENTALES

#### Control

El control es la parte del experimento que no recibe tratamiento. Es la parte del experimento que observamos para ver cómo se compara y cómo cambió el experimento.



#### Variable dependiente

La variable dependiente de un experimento es lo que observamos o lo que se está midiendo en el experimento.

Esta variable DEPENDE de la variable Independiente.



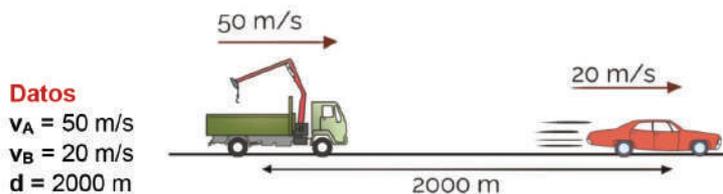
#### Variable independiente

La variable independiente de un experimento es lo que tú cambias o lo que se cambia en el experimento.

Solo debe haber 1 variable independiente en un experimento.



2) Tomando en cuenta el siguiente gráfico, calculemos el tiempo de alcance si los móviles se mueven con MRU y las distancias recorridas.



**Datos**  
 $v_A = 50 \text{ m/s}$   
 $v_B = 20 \text{ m/s}$   
 $d = 2000 \text{ m}$   
 $t_e = ?$   
 $d_A = ?$   
 $d_B = ?$

#### Calculando "t<sub>e</sub>"

$$t_a = \frac{d}{v_A - v_B}$$

$$t_a = \frac{2000 \text{ m}}{50 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}$$

$$t_a = \frac{2000 \cancel{\text{ m}}}{30 \cancel{\text{ m}}/\text{s}}$$

$$t_a = 66.67 \text{ s}$$

#### Calculando "d<sub>A</sub>"

$$d_A = v t$$

$$d_A = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 66.67 \text{ s}$$

$$d_A = 3333.4 \text{ m}$$

#### Calculando "d<sub>B</sub>"

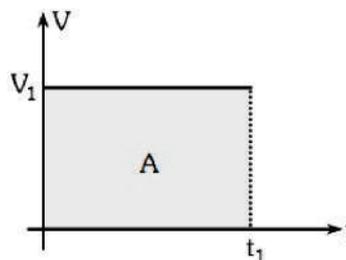
$$d_B = v t$$

$$d_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 66.67 \text{ s}$$

$$d_B = 1333.4 \text{ m}$$

3) Representaciones graficas del MRU, las gráficas que genera el MRU son:

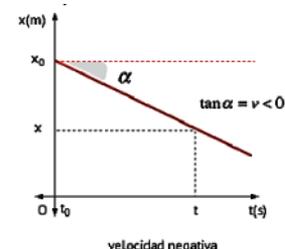
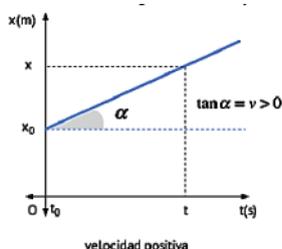
a) Velocidad en función al tiempo, es una línea horizontal, porque la velocidad es constante.



El área (A) comprendida entre "v - t" representa la distancia recorrida:

$$A = v_1 t_1 \Rightarrow d = vt$$

b) Espacio recorrido en función del tiempo, la pendiente de una recta es la inclinación con respecto al eje horizontal, y se mide calculando la tangente de ese Angulo. La pendiente representa la velocidad.



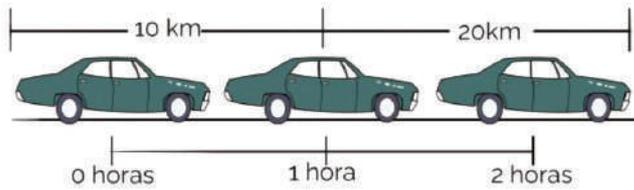
La pendiente (velocidad), es:

$$\tan \theta = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

A mayor velocidad, mayor pendiente

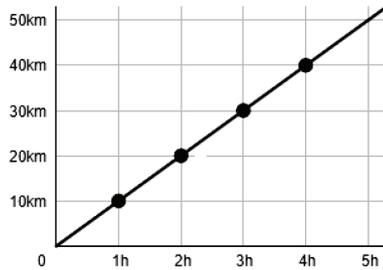
**Ejemplos**

1) Supongamos que un automóvil se mueve a 10 Km/h. Grafiquemos el movimiento descrito.

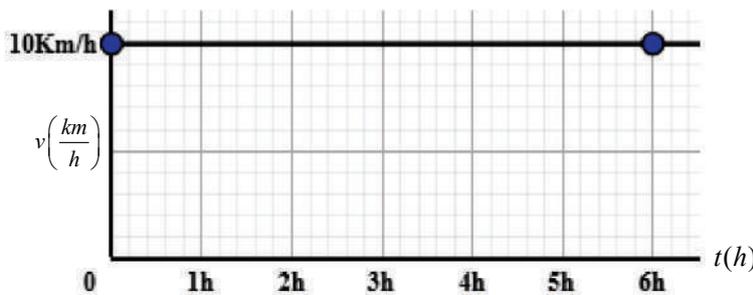


Gráfica (desplazamiento – tiempo)

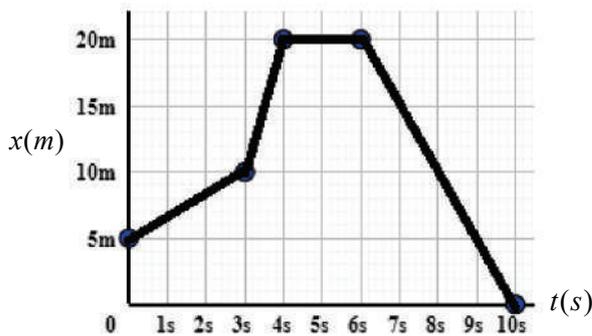
d (km)	t (h)
0	0
10	1
20	2
30	3
40	4



Gráfica (rapidez – tiempo)



2) Un móvil se desplaza según la gráfica. Determinemos la distancia recorrida en los primeros 10 segundos y las velocidades en cada trayecto.



**Primera etapa:** Entre el tiempo de 0s y 3s

Calculando "v<sub>1</sub>"

$$\bar{v}_1 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{v}_1 = \frac{10\text{m} - 5\text{m}}{3\text{s} - 0}$$

$$\bar{v}_1 = \frac{5\text{m}}{3\text{s}}$$

$$\bar{v}_1 = 1.67 \text{ m/s}$$

Calculando "d<sub>1</sub>"

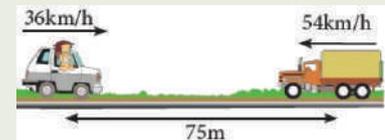
$$d_1 = v_1 t$$

$$d_1 = 1,67 \text{ m/s} \cdot 3\text{s}$$

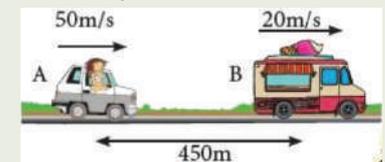
$$d_1 = 5 \text{ m}$$

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

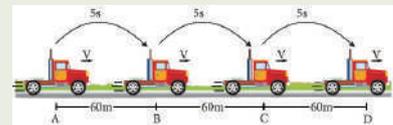
1) Si los dos móviles se mueven con MRU, calcula el tiempo de encuentro y las distancias recorridas de ambos móviles.



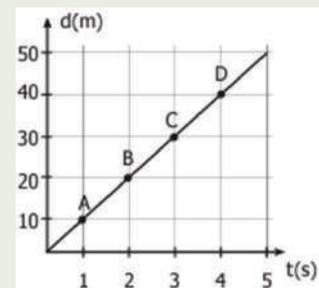
2) Si los móviles A y B se encuentran uno en persecución del otro y ambos, calculemos la distancia que recorre A hasta que alcanza a B.



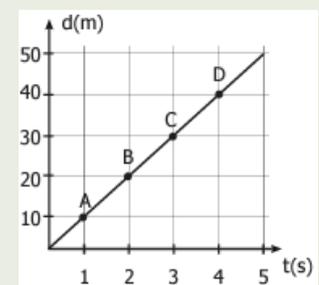
3) Un camión se mueve a 12 m/s. Grafiquemos el movimiento descrito.



4) En el siguiente gráfico de d Vs t, descrito por un móvil con MRU, determinemos su rapidez en el punto C.



5) Un móvil se desplaza según la gráfica. Determinemos la distancia recorrida en los primeros 6 segundos y las velocidades en cada trayecto.

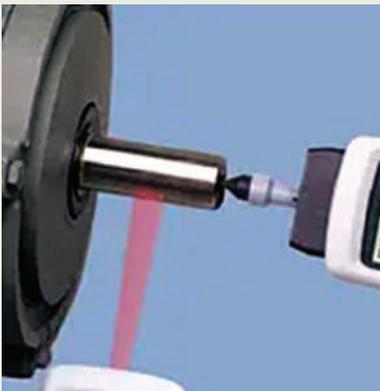


**INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD**

**Velocímetro**, es un instrumento que mide el valor de la rapidez de un vehículo.



**Tacómetro**, es un dispositivo que mide la velocidad de giro de un eje, normalmente la velocidad de giro de un motor.



**Anemómetro**, es un instrumento que tiene la finalidad de medir la velocidad del viento.



**Segunda etapa:** Entre el tiempo de 3s y 4s

**Calculando "v<sub>1</sub>"**

$$\bar{v}_2 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{20\text{m} - 10\text{m}}{4\text{s} - 3\text{s}}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{10\text{m}}{1\text{s}}$$

$$\bar{v}_2 = 10\text{ m/s}$$

**Calculando "d<sub>2</sub>"**

$$d_2 = v_2 t$$

$$d_2 = 10\text{ m/s} \cdot 1\text{s}$$

$$d_2 = 10\text{ m}$$

**Tercera etapa:** Entre el tiempo de 4s y 6s

**Calculando "v<sub>3</sub>"**

$$\bar{v}_3 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{v}_3 = \frac{20\text{m} - 20\text{m}}{6\text{s} - 4\text{s}}$$

$$\bar{v}_3 = \frac{0\text{ m}}{2\text{s}}$$

$$\bar{v}_3 = 0\text{ m/s}$$

**Calculando "d<sub>3</sub>"**

$$d_3 = v_3 t$$

$$d_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s}$$

$$d_3 = 0\text{ m}$$

**Cuarta etapa:** En el tiempo de 6s y 10s

**Calculando "v<sub>4</sub>"**

$$\bar{v}_4 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{v}_4 = \frac{0\text{m} - 20\text{m}}{10\text{s} - 6\text{s}}$$

$$\bar{v}_4 = -\frac{20\text{ m}}{4\text{s}}$$

$$\bar{v}_4 = -5\text{ m/s}$$

**Calculando "d<sub>4</sub>"**

$$d_4 = v_4 t$$

$$d_4 = 5\text{ m/s} \cdot 4\text{s}$$

$$d_4 = 20\text{ m}$$

**Calculando distancia total**

$$d_T = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

$$d_T = 5\text{m} + 10\text{m} + 0 + 20\text{m} = 35\text{m}$$

Aplicación del MRU en la vida diaria, ayuda a describir el comportamiento de los cuerpos que se mueven con velocidad constante y en línea recta, a pesar de ser considerado un movimiento simple, es muy importante de dentro del estudio de la física.



- EL MRU, es muy utilizado dentro del estudio de la astronomía, considerando el movimiento de los planetas, tomando en cuenta la distancia de los cuerpos para saber o poder determinar el tiempo que tardan en moverse o la distancia en la que se encuentra.
- En la disciplina de la criminalística, muchas veces es necesario averiguar desde donde se efectuó un disparo, que tan rápido irá una bala, conociendo que tienen una trayectoria bastante recta y no disminuyen mucho la velocidad, por lo que se puede calcular a partir del MRU.
- También se aplica en el transporte, como por ejemplo, en los teleféricos que se encuentran en la ciudad de La Paz y en los trenes balísticos que durante su movimiento se producen velocidades constantes.

VALORACIÓN

La velocidad de circulación de un vehículo o ciclomotor es uno de los factores que más influyen como causa de accidentes. Cuando se circula y se detecta un peligro la reacción más inmediata es frenar.

Observamos la imagen y comprobaremos la dependencia entre velocidad de conducción y distancia mínima para frenar ante la reacción frente a un peligro.

Usualmente, se puede evidenciar que muchos accidentes se dan por la imprudencia al manejar, tomando en cuenta que el conductor puede ir al límite de la velocidad o manejar con bastante calma, siendo dos extremos que se puede evidenciar.

**Pensamos y respondemos:**

- ¿Cómo influye la velocidad de circulación en el tiempo necesario para detener el vehículo a tiempo?
- ¿De qué manera controla la policía boliviana la velocidad en las carreteras?
- ¿De qué manera los conductores saben a qué velocidad van?



**Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), (gota agua en el aceite)**

**Materiales**

**Aceite, agua, tubo de ensayo o botella de plástico, cronómetro.**

1. Utilizando una regla y un plumón, realicemos seis marcas en la probeta de 1 L con una separación de 3 cm entre ellas (puedes pegar una tira de cinta adhesiva blanca sobre la probeta y escribir las marcas sobre ella); coloquemos el primer valor (0 cm) tres centímetros por debajo del borde superior de la probeta, y luego marcamos a los 3, 6, 9, 12 y 15 cm, buscando el fondo de la probeta (Fig.1). Si en nuestro centro escolar no cuentan con probetas de 100 mL, podemos utilizar una botella plástica de 100 mL (por ejemplo, las que vienen con agua purificada).
2. Auxiliándonos de un embudo llenemos la probeta con aceite comestible, de manera que se sobrepase apreciablemente la marca de 0 cm (Fig. 1).
3. Con la ayuda de un gotero debemos echar una gota de agua en el aceite. Para ello, succionemos un poco de agua con el gotero, y luego introduzcamos la punta del gotero en la superficie del aceite y dejemos caer una gota de agua (Fig. 2).
4. Cuando la gota de agua llegue al nivel de 0 cm, midamos con el cronómetro el tiempo que tarda en llegar a la marca de 3 cm (Fig. 3), luego a las de 6, 9, 12 y 15 cm, respectivamente.
5. Repitamos el procedimiento de los pasos 3 y 4 dos veces más, y anotemos los datos en la Tabla 1.
6. Para cada distancia debemos obtener el promedio de las tres mediciones de tiempo que efectuaste.

PRODUCCIÓN



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Distancia (cm)	Tiempo (s)			Tiempo promedio (s)
	1ra observación	2da observación	3ra observación	
3				
6				
9				
12				
15				

## EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

### PRÁCTICA

#### La aceleración en la naturaleza

#### Materiales

- Pista o canaleta.
- Bolita metálica.
- Carrito de juguete.
- Cuaderno de apuntes.
- Cronómetro o celular.

#### Procedimiento

Encima de una mesa armemos el sistema como de la imagen, luego:

- Realicemos el montaje de la foto.
- Marquemos la guía, con un rotulador, cada 25cm
- Soltemos la bolita metálica desde la primera marca, luego medimos el tiempo que tarda en recorrer diferentes espacios: 30, 60, 90, 120, 150 y 180cm. Repitamos cada medida 3 veces.
- Probemos el movimiento con diferentes tipos de cuerpos.



#### Actividad

#### Respondamos a las siguientes preguntas:

- ¿Qué tipo de trayectoria tuvo la bolita metálica?
- ¿La bolita metálica se movió con velocidad variable o constante? Sí, No, ¿Por qué?
- ¿Qué magnitudes físicas medimos durante la práctica?
- ¿Cuáles son las variables dependientes e independientes durante la medición?

### TEORÍA

#### DATO

Isaac Newton fue un físico y matemático inglés de los siglos XVII y XVIII (1643 – 1727) murió a los 84 años, como dato curioso, nació en el mismo año que murió Galileo Galilei.

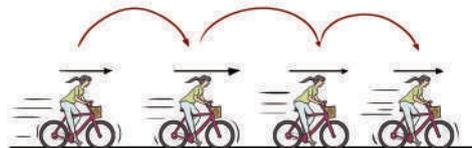


Newton formuló las ecuaciones del movimiento que relacionan la posición, la velocidad y la aceleración de un objeto en movimiento. Estas ecuaciones, como las mencionadas en respuestas anteriores, son fundamentales para describir el comportamiento cinemático de los objetos en movimiento bajo la influencia de fuerzas.

#### 1. Introducción

En la mayor parte de las situaciones reales, los objetos en movimiento o móviles no son constantes si no que cambian con el tiempo, ya que el objeto o Móvil aumenta o disminuye su Velocidad. Esta variación de Velocidad se le conoce como Aceleración. Pero existen casos en el que el Móvil puede llevar una Aceleración constante.

**2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)**, se caracteriza porque el móvil se mueve en línea recta y su velocidad varía uniformemente en valor, lo que significa que posee una aceleración constante diferente de cero.



La variación de la rapidez tiene que ser constante; es decir que cambia un mismo intervalo en una misma cantidad de tiempo.

**3. Características del MRUV**, se caracteriza por:

- Movimiento que se realiza en una sola dirección horizontal.
- Existe velocidad inicial y velocidad final.
- Incremento de la velocidad en tiempos iguales.
- Un cuerpo o móvil produce aceleración como desaceleración, manteniéndose la aceleración constante.

- **Movimiento acelerado**, cuando aumenta la velocidad.
  - La aceleración es positiva (+a).
  - Los vectores velocidad y aceleración tienen la misma dirección y sentido.
- **Movimiento desacelerado o retardado**, cuando disminuye la velocidad.
  - La aceleración es negativa (- a).
  - Los vectores velocidad y aceleración son de sentido y dirección contrario.



- **Aceleración media (a)**, es el cociente de la variación de la velocidad entre el intervalo de tiempo.

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

Donde:  
 a = aceleración  
 v<sub>o</sub> = velocidad inicial  
 v<sub>f</sub> = velocidad final  
 t = tiempo empleado

- **Fórmulas del MRUV**, son las siguientes:

**a) Velocidad en función del tiempo:**

$$v_f = v_o \pm a t$$

**b) Velocidad en función del desplazamiento:**

$$v_f^2 = v_o^2 \pm 2 a d$$

**c) Desplazamiento en función del tiempo**

$$d = v_o t \pm \frac{a t^2}{2}$$

**d) Velocidad medio o promedio:**

$$v = \frac{v_f + v_o}{2}$$

La relación entre velocidad, aceleración y movimiento es:

- Si la velocidad y la aceleración tienen sentidos opuestos, el móvil desacelera, va frenando.
  - Si la velocidad y la aceleración tienen igual sentido, el móvil acelera, aumenta su rapidez.
  - Si el móvil parte del reposo, la velocidad inicial es cero.
  - Si el móvil va frenando y se detiene, la velocidad final es cero.
- Unidades y Equivalencias

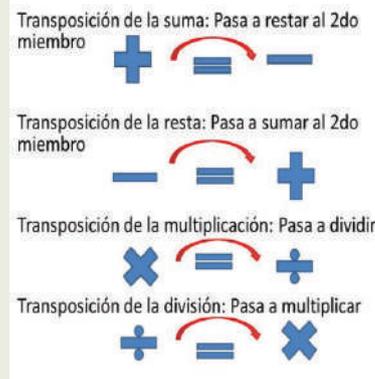
UNIDADES	S. I.	C. G. S.
a	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}^2} = \frac{m}{s^2}$	$\frac{\text{centímetro}}{\text{segundo}^2} = \frac{cm}{s^2}$
v	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}} = \frac{m}{s}$	$\frac{\text{centímetro}}{\text{segundo}} = \frac{cm}{s}$
d	metro = m	centímetro = cm
t	segundos = s	segundos = s

**DESPEJE DE FÓRMULAS**

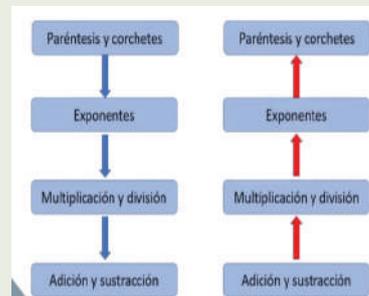
Despejemos una variable en una fórmula o ecuación es el proceso que lleva encontrar una ecuación o fórmula equivalente en la que la variable este aislado en un miembro de la ecuación:

**Pasos sugeridos:**

- Identifiquemos la variable que deseamos despejar y asegúrenos de que esté en un lado de la ecuación, mientras que todos los demás términos y variables estén en el otro lado.
- Reorganicemos la ecuación de modo que todos los términos con "x" estén en un lado y los términos sin "x" estén en el otro lado.

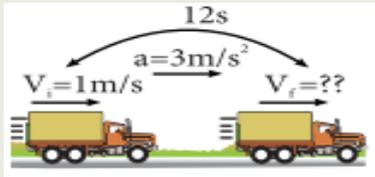


- Utilicemos operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, exponentes, raíces, etc.) para aislar "x" en un solo lado de la ecuación.

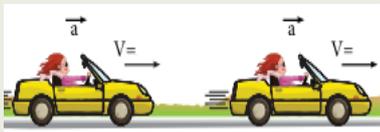


**PROBLEMAS PROPUESTOS**

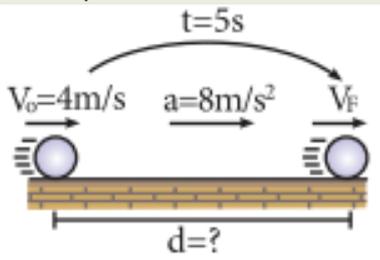
1) Calculemos el módulo de la velocidad final ( $V_f$ ). (Expresemos en Km/h).



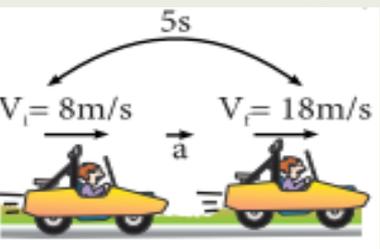
2) ¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de  $5 \text{ m/s}^2$ , para alcanzar una velocidad de  $84 \text{ m/s}$  a los  $0.5 \text{ min}$  de su partida?



3) Si una pelota, que desarrolla un MRUV parte con una velocidad de  $4 \text{ m/s}$  y una aceleración de  $9 \text{ m/s}^2$ , calcular la distancia (en Km) que recorrerá en un tiempo de  $5 \text{ s}$ .



4) Calcular la aceleración ( $a$ ) y su distancia recorrida ( $d$ ).



5) Con el taco se golpea una bola de billar que estaba en reposo. Si la bola sale despedida con una rapidez de  $3 \text{ m/s}$ , calculemos la duración del golpe, de modo que la bola experimente una aceleración de  $15 \text{ m/s}^2$ .



Tiempo (t)	Distancia (d)
1 año = 365 día	1 km = 1000 m
1 día = 24 h	1 m = 100 cm
1 h = 60 min	1 cm = 10 mm
1 min = 60 s	1 pul = 2,54 cm
1 s = 1000 ms	1 pie = 30,48 cm

**Ejercicios resueltos**

1) Si un móvil inicia su movimiento con una rapidez de  $20 \text{ m/s}$  y acelera a razón de  $4 \text{ m/s}^2$ , calculemos su rapidez luego de  $3 \text{ s}$ . (Expresar en Km/h)

**Datos**  
 $v_o = 20 \text{ m/s}$   
 $a = 4 \text{ m/s}^2$   
 $t = 3 \text{ s}$   
 $v_f = ?$

**Calculando " $v_f$ "**

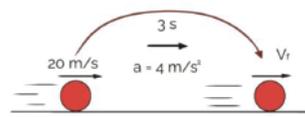
$$v_f = v_o + a t$$

**Reemplazando valores**

$$v_f = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s}$$

$$v_f = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_f = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



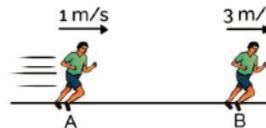
**O.A.**

$$20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ Km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 72 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

2) Si el atleta tarda  $0,33 \text{ minutos}$  para ir desde A hasta B, ¿Cuál es el módulo de la aceleración?

**Datos**

$v_o = 1 \text{ m/s}$   
 $v_f = 3 \text{ m/s}$   
 $t = 0,33 \text{ min}$   
 $a = ?$



**O.A.**

$$0,33 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 20 \text{ s}$$

**Calculando " $a$ "**

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

**Reemplazando valores**

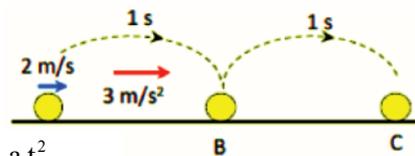
$$a = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ s}}$$

$$a = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ s}}$$

$$a = 0,1 \text{ m/s}^2$$

3) Encontramos la distancia que recorre el móvil de "A" hacia "C".

**Datos**  
 $d = 160 \text{ m}$   
 $t = 2 \text{ s}$   
 $v = ?$



**Calculando " $d$ "**

$$d = v_o t + \frac{a t^2}{2}$$

**Reemplazando valores**

$$d = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} + \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2}{2}$$

$$d = 4 \text{ m} + \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s}^2}{2}$$

$$d = 4 \text{ m} + \frac{12 \text{ m}}{2}$$

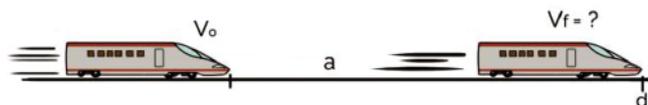
$$d = 4 \text{ m} + 6 \text{ m}$$

$$d = 10 \text{ m}$$

- 4) Un tren que viaja sobre rieles rectos tiene una velocidad inicial de 45 km/h. se aplica una aceleración uniforme de  $1.5 \text{ m/s}^2$  conforme el tren recorre 200m a) ¿Cuál es la velocidad del tren al final de este desplazamiento? b) ¿Cuánto tiempo le tomó al tren recorrer los 200m?

**Datos**

- $v_o = 45 \text{ km/h}$
- $a = 1.5 \text{ m/s}^2$
- $d = 200 \text{ m}$
- $v_f = ?$
- $t = ?$



**Calculando “ $v_f$ ”**

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

**Despejando la variable “ $v_f$ ”**

$$v_f = \sqrt{v_o^2 + 2ad}$$

**Reemplazando valores**

$$v_f = \sqrt{(12.5 \text{ m/s})^2 + 2 * 1.5 \text{ m/s}^2 * 200\text{m}}$$

$$v_f = \sqrt{156.25 \text{ m}^2/\text{s}^2 + 600 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_f = \sqrt{756.25 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 27.5 \text{ m/s}$$

**Calculando “ $t$ ”**

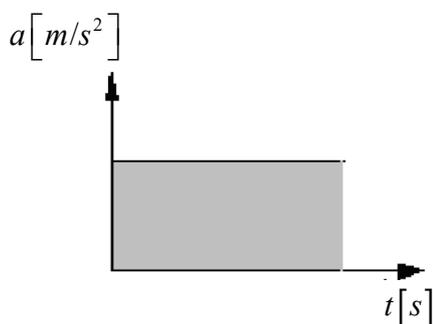
$$v_f = v_o + at \quad t = \frac{27.5 \text{ m/s} - 12.5 \text{ m/s}}{1.5 \text{ m/s}^2}$$

$$v_f - v_o = at \quad t = \frac{15 \text{ m/s}}{1.5 \text{ m/s}^2}$$

$$\frac{v_f - v_o}{a} = t \quad t = 10 \text{ s}$$

**4. Representaciones graficas del MRUV**, las gráficas que genera el MRU son:

- a) **Persecución entre móviles**, dos móviles separados a una distancia “d”, parten simultáneamente en el mismo sentido, el de atrás con mayor rapidez persigue al de adelante.



En el texto se utiliza el punto decimal, sin embargo, también se puede utilizar la coma decimal, ambos son válidos.

**REDONDEO**

Escogeremos el orden al que se desea redondear.

Comparemos el orden a la derecha.

Redondear a la decena para 3.789

Redondear a la centésima para 78.534

Si  $< 5$  se mantiene el número.

Si es  $\geq 5$  se le suma una unidad al número.

**Ejemplo 1**

3.789

Como el número a la derecha es  $>5$ , se le suma 1 a la derecha.

3.790

$9 > 5$  sumamos 1 al 8 y los órdenes inferiores se hacen igual a cero.

**Ejemplo 2**

78.534

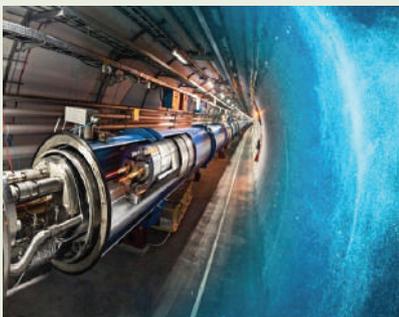
Como el número a la derecha es  $< 5$ , la centésima queda igual.

78.530

$4 < 5$  el 3 queda igual y los órdenes inferiores se hacen igual a 0.

### ACELERADOR DE PARTÍCULAS

Un acelerador de partículas es un dispositivo científico que se utiliza para aumentar la energía cinética de partículas subatómicas cargadas, como electrones, protones o iones, a velocidades cercanas a la velocidad de la luz.



Su aplicabilidad son las siguientes:

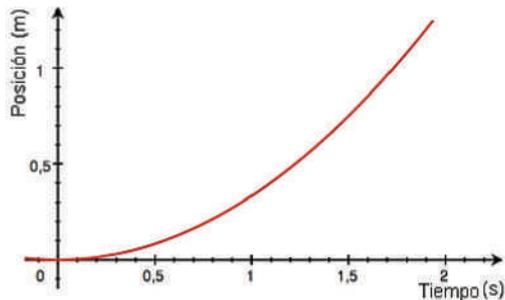
**Medicina,** se utilizan en radioterapia y radiocirugía para el tratamiento de cáncer y otras enfermedades. Las partículas aceleradas se dirigen con precisión hacia los tumores para destruir las células cancerosas mientras minimizan el daño a los tejidos circundantes.



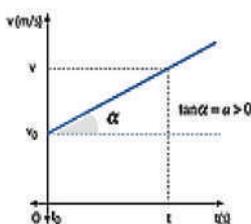
**Energía,** los aceleradores de partículas también se han utilizado en la investigación sobre energía nuclear y fusión nuclear como posibles fuentes de energía limpia y sostenible para el futuro.

**Cosmología,** los aceleradores de partículas pueden ayudar a recrear las condiciones que existieron en los primeros momentos del universo después del Big Bang, lo que permite a los científicos investigar cómo se formaron las partículas y las fuerzas fundamentales.

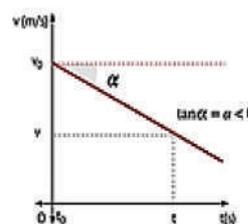
b) **Espacio recorrido en función al tiempo,** su gráfica es una curva parabólica.



c) **Velocidad en función al tiempo,** la pendiente de una recta es la aceleración.



Aceleración positiva



Aceleración negativa

La pendiente (aceleración) es:

$$\tan\theta = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{v} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

A mayor aceleración, mayor pendiente

### Ejercicios resueltos

- 1) Un objeto que posee una aceleración cte. de  $5\text{m/s}^2$ . Su velocidad se incrementa  $5\text{ m/s}$  cada segundo, con una  $v_0 = 20\text{ m/s}$  en  $t_0 = 0\text{ s}$ . Entonces sus rapidezces para diferentes tiempos serán:

**Datos**

$a = 5\text{ m/s}^2$

$\Delta v = 5\text{ m/s}$

$v_0 = 20\text{ m/s}$

$t = 1\text{ s}$

**Calculando "Δv"**

$\Delta v = v_1 - v_0$

$\Delta v = 25\text{ m/s} - 20\text{ m/s}$

$\Delta v = 5\text{ m/s}$

**Calculando "a"**

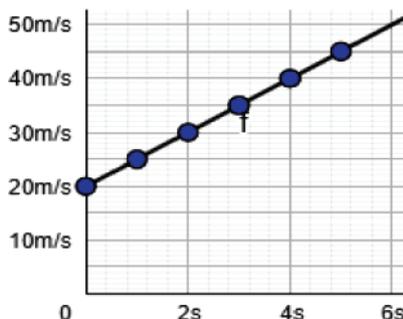
$a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$

$a = \frac{25\text{ m/s} - 20\text{ m/s}}{1\text{ s} - 0}$

$a = \frac{5\text{ m/s}}{1\text{ s}}$

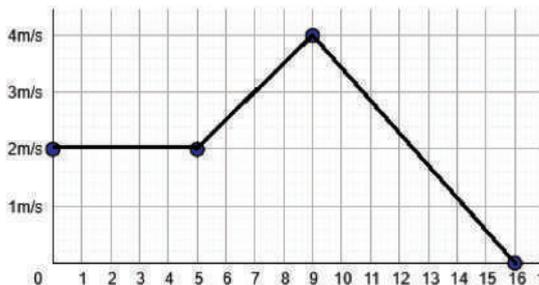
$a = 5\text{ m/s}^2$

**Gráfica (desplazamiento – tiempo)**



v (m/s)	t (s)
20	0
25	1
30	2
35	3
40	4
45	5

2) La gráfica representa la velocidad de una partícula, en función del tiempo. Analicemos la gráfica.



**Primer Tramo:** Entre 0 y 5s, existe MRU

Calculando "v<sub>1</sub> y a"

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$a = 0$$

Calculando "d<sub>1</sub>"

$$d_1 = v_1 t$$

$$d_1 = 2 \text{ m/s} * 5s$$

$$d_1 = \underline{10 \text{ m}}$$

**Segundo Tramo:** Entre 5s y 9s, existe MRUV

Calculando "a"

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{4\text{m/s} - 2\text{m/s}}{9s - 5s}$$

$$a = \frac{2\text{m/s}}{4s}$$

$$a = \underline{0.5 \text{ m/s}^2}$$

Calculando "d<sub>2</sub>"

$$d_2 = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$d_2 = 2\text{m/s} * 4s + \frac{0.5 \text{ m/s}^2 * (4s)^2}{2}$$

$$d_2 = 8\text{m} + \frac{0.5 \text{ m/s}^2 * 16s^2}{2}$$

$$d_2 = 8\text{m} + \frac{8\text{m}}{2}$$

$$d_2 = 8\text{m} + 4\text{m}$$

$$d_2 = \underline{12\text{m}}$$

**Tercer Tramo:** Entre 9s y 16s, existe MRUV

Calculando "a"

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{0 - 4\text{m/s}}{16s - 9s}$$

$$a = -\frac{4\text{m/s}}{7s}$$

$$a = \underline{-0.57 \text{ m/s}^2}$$

Calculando "d<sub>2</sub>"

$$d_2 = v_0 * t + \frac{a * t^2}{2}$$

$$d_2 = 4\text{m/s} * 7s - \frac{0.57 \text{ m/s}^2 * (7s)^2}{2}$$

$$d_2 = 28\text{m} - \frac{0.57 \text{ m/s}^2 * 49s^2}{2}$$

$$d_2 = 28\text{m} - \frac{27.93 \text{ m}}{2}$$

$$d_2 = 28\text{m} - 14\text{m}$$

$$d_2 = \underline{14\text{m}}$$

**Calculando distancia total**

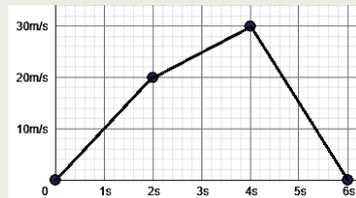
$$d_T = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$$

$$d_T = 10\text{m} + 12\text{m} + 14\text{m}$$

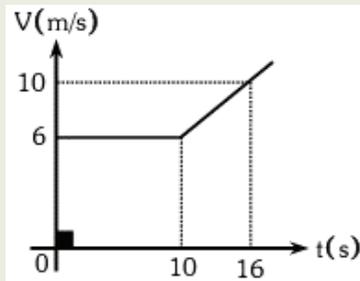
$$d_T = \underline{36\text{m}}$$

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

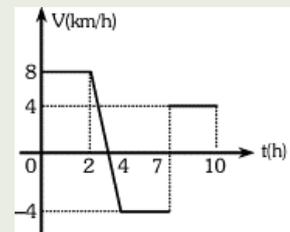
- 1) Un móvil que posee una aceleración cte. de  $10 \text{ m/s}^2$ . Su velocidad se incrementa  $10 \text{ m/s}$  cada segundo, con una  $v_0 = 0$  en  $t_0 = 0 \text{ s}$ . Entonces la rapidez de ambos para diferentes tiempos serán:
- 2) La gráfica representa la velocidad de una partícula, en función del tiempo. Analicemos la misma.



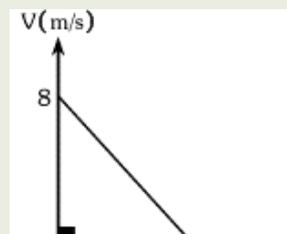
- 3) En la siguiente gráfica V – t encontremos la distancia que recorre el móvil.



- 4) En la gráfica V–t que se muestra a continuación, hallemos el módulo de la velocidad media y la rapidez media para todo el recorrido.



- 5) Encontramos el módulo del desplazamiento para el intervalo de 2 s a 5 s, empleando la siguiente gráfica V – t.

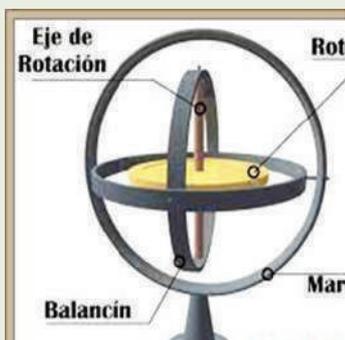


### INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN DE LA ACELERACIÓN

**Acelerómetro:** Este es el instrumento más común para medir la aceleración. Los acelerómetros pueden ser dispositivos mecánicos, piezoeléctricos o MEMS.



**Giróscopo:** aunque principalmente se utilizan para medir la velocidad angular o la rotación, los giróscopos MEMS también pueden utilizarse para derivar la aceleración lineal en función del movimiento angular y la posición.



**Dyno:** En aplicaciones automotrices y de ingeniería, se utilizan dinamómetros para medir la aceleración de un vehículo. Esto es útil para pruebas de rendimiento y calibración de sistemas de control de tracción.



**5. Aplicación del MRUV en la vida diaria,** este movimiento se aplica en diferentes ramas de la física, así también en situaciones concretas de nuestra vida, dentro de la ingeniería es de gran utilidad para los diferentes cálculos a ser realizados, entre algunas aplicaciones tenemos:

- Tráfico vehicular. Cuando un automóvil se acelera o desacelera en una carretera recta, está experimentando un MRUV. Esto es relevante para diseñar sistemas de seguridad, como cinturones de seguridad y airbags, que deben proteger a los ocupantes en caso de colisiones.



- Cinemática en películas y animaciones. Los movimientos de personajes y objetos en películas y animaciones se controlan utilizando algoritmos que aplican conceptos de MRUV para lograr efectos realistas.
- Diseño de montañas rusas. Los diseñadores de montañas rusas utilizan el MRUV para crear emocionantes y seguras experiencias para los pasajeros al diseñar las curvas y las pendientes de las atracciones.



- Diseño de frenos en vehículos. Los ingenieros de automóviles deben entender y aplicar conceptos de MRUV para diseñar sistemas de frenos eficientes y seguros.
- Física de deportes. El MRUV es relevante en deportes como atletismo y natación, donde la aceleración y la velocidad son factores críticos para el rendimiento de los atletas.



Estos son solo algunos ejemplos de cómo el movimiento rectilíneo uniformemente variado se aplica en la vida diaria y en diversas industrias. Este concepto es esencial para comprender y modelar una amplia variedad de situaciones en el mundo real.

VALORACIÓN

La geolocalización utilizando MRUV (Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado) se puede aplicar para rastrear la posición de un objeto en movimiento en línea recta con aceleración constante en un contexto de navegación o seguimiento de vehículos. En este caso, la geolocalización se utiliza para determinar la ubicación exacta de un objeto en movimiento en función del tiempo y su aceleración constante.

A medida que el objeto se mueve, continúa midiendo la aceleración y el tiempo para actualizar la posición en tiempo real utilizando la ecuación del MRUV. Esto te permite rastrear la ubicación del objeto en movimiento para una geolocalización más precisa, se integran los datos del MRUV con sistemas de geolocalización existentes, como el Sistema de Posicionamiento Global (GPS), para obtener una ubicación precisa en términos de coordenadas geográficas (latitud y longitud).

Este enfoque se usa en aplicaciones de seguimiento de vehículos, navegación en tiempo real. Combina los principios de la física del MRUV con tecnología de sensores y sistemas de posicionamiento para determinar la ubicación exacta de objetos en movimiento.



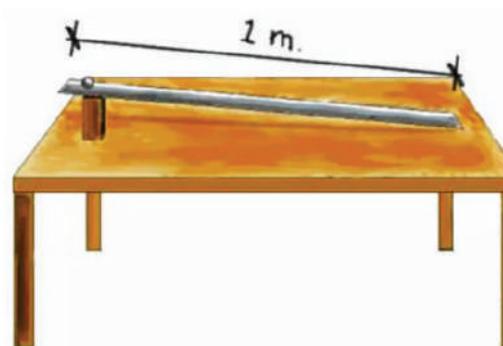
PRODUCCIÓN

**Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV), (plano inclinado)**

**Materiales:**

Un plano inclinado (puede ser una tabla inclinada o un objeto con una superficie inclinada), un objeto pequeño y denso, como una bola de metal, una regla o cinta métrica, un cronómetro o reloj con función de cronometraje y un marcador para hacer anotaciones.

- 1) Coloquemos el plano inclinado en una superficie plana y nivelada.
- 2) Asegurémonos de que el plano inclinado esté en posición estable y que la superficie inclinada sea lisa y libre de obstrucciones.
- 3) Coloquemos la regla o cinta métrica a lo largo del plano inclinado para medir la distancia que recorrerá el objeto.
- 4) Sujetemos el objeto en la parte superior del plano inclinado, asegurándonos de que esté en reposo antes de soltarlo.
- 5) Iniciemos el cronómetro en el momento en que sueltas el objeto.
- 6) Observemos y registremos el tiempo que tarda el objeto en recorrer la distancia completa a lo largo del plano inclinado.
- 7) Midamos la distancia que recorrió el objeto en el plano inclinado utilizando la regla o cinta métrica.
- 8) Registro de datos experimentales analíticos en la tabla de datos:



N°	distancia (m)	t <sub>1</sub> (s)	t <sub>2</sub> (s)	t <sub>3</sub> (s)	t <sub>4</sub> (s)	tiempo promedio (s)	velocidad instantánea (m/s)	aceleración (m/s <sup>2</sup> )
I								
II								
III								
IV								

## MOVIMIENTO VERTICAL COMO FENÓMENO GRAVITACIONAL

### PRÁCTICA

El movimiento vertical es un fenómeno físico que experimentamos cotidianamente sin pensarlo. "Vertical" implica que el movimiento ocurre de arriba hacia abajo o viceversa. Desde lanzar una pelota al aire hasta observar una gota de lluvia caer, el movimiento vertical está presente en nuestra vida diaria. Los principios de la física nos permiten entender desde acciones tan simples como saltar hasta fenómenos más complejos como el vuelo de un cohete.

Hace más de 500 años Galileo comprobó que en caída libre todos los objetos experimentan la misma aceleración debido a la gravedad, independientemente de su tamaño, forma o material. Si alguno parece caer más lento, la resistencia del aire es el factor que lo afecta. Esta fuerza de fricción puede ralentizar objetos menos densos o aerodinámicos.



En caída libre, la hoja cae más lentamente debido a la resistencia del aire, mientras que una hoja arrugada cae al mismo tiempo que un marcador, ya que la forma arrugada reduce la resistencia del aire, igualando sus velocidades de caída.

### Actividad

#### Respondamos las siguientes preguntas:

- ¿Por qué los cuerpos tienden a caer y no quedarse en el aire?
- Al soltar al mismo tiempo desde el tercer piso una canica y una pelota de fustal ¿Llegan al suelo al mismo tiempo? ¿Por qué?
- Si lanzas una piedra hacia arriba ¿Cuál es su velocidad en el punto más alto antes de caer nuevamente?

### TEORÍA



Centro de Instrucción de Tropas Especiales C.I.T.E. Cochabamba. El salto de un militar, es caída libre vertical, desde el avión hasta que se abre el paracaídas.

Fuente: <https://www.lostiempos.com/sites/default/>



Una manzana y una pluma caerán al mismo tiempo sin la resistencia del aire.

### 1. Características del movimiento vertical

Es un fenómeno físico y fundamental, que ocurre cuando un objeto se mueve bajo la influencia exclusiva de la gravedad sin ninguna resistencia del aire u otras fuerzas que lo alteren significativamente, considerando las siguientes características:

#### a) Aceleración constante

Un objeto experimenta una aceleración constante hacia abajo, esto debido a la fuerza de la gravedad, se representa con la letra "g," siendo una constante que puede variar según la ubicación en la Tierra; pero tiene un valor promedio de:

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

#### b) Independencia de masa

Uno de los aspectos más notables es que la aceleración debido a la gravedad es independiente de la masa del objeto que cae. Esto significa que una piedra, un auto o una pluma caerán al mismo ritmo hacia abajo.

**c) Velocidad inicial**

En caída libre, un objeto puede iniciar su movimiento con velocidad igual o mayor a cero, ya sea en dirección hacia arriba o hacia abajo. Sin embargo, la gravedad actuará de forma distinta dependiendo de la dirección del movimiento: acelerará la velocidad si el objeto va en dirección hacia abajo y la reducirá si el objeto se eleva en contra de la gravedad.

**d) Trayectoria vertical**

Se produce en una dirección vertical; es decir hacia arriba o hacia abajo. La gravedad hace que los objetos caigan en línea recta, siguiendo una trayectoria vertical.

**e) Resistencia del aire**

Cuando un objeto desciende o asciende, el aire puede generar una resistencia que ralentiza su movimiento. Sin embargo, usualmente ese valor es despreciable al momento de resolver problemas.

**2. La aceleración de la gravedad**

Describe la fuerza que atrae todos los objetos hacia el centro de la Tierra y es quien genera la caída libre de los objetos.

Aproximadamente, su valor promedio es de 9.81 metros por segundo al cuadrado (m/s<sup>2</sup>). Esto significa que un objeto en caída libre en la superficie de la Tierra aumentará su velocidad en 9.81 m/s cada segundo que cae. La aceleración gravitatoria puede variar según la ubicación o el planeta. A continuación, se presentan algunos ejemplos:

Lugar	Aceleración de la gravedad
Línea del ecuador (tierra)	9.78 $\frac{m}{s^2}$
Polos (tierra)	9.83 $\frac{m}{s^2}$
Luna	1.62 $\frac{m}{s^2}$
Marte	3.72 $\frac{m}{s^2}$
Júpiter	24.8 $\frac{m}{s^2}$

**3. Ecuaciones de caída libre**

Las ecuaciones de caída libre son las mismas que se usaron en el tema de movimiento rectilíneo uniforme variado (MRUV), con la diferencia de reemplazar la distancia “d” por la altura “h”, y aceleración “a” por la aceleración de la gravedad “g”.

Recordemos las ecuaciones principales del MRUV:

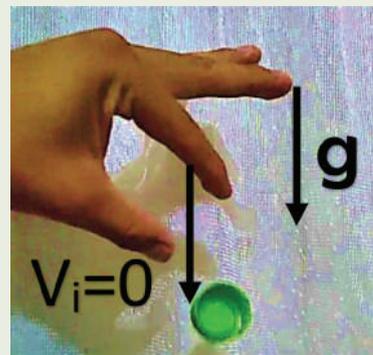
$$V_f = V_i \pm a t$$

$$V_f^2 = V_i^2 \pm 2 a d$$

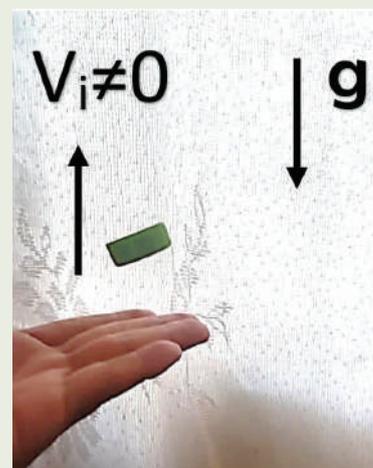
$$d = V_i t \pm \frac{a t^2}{2}$$

Reemplazando “h” en “d” y “g” en “a” se tiene:

*Al dejar caer un objeto, su velocidad inicial es de 0 m/s, y la gravedad comenzará a incrementar su velocidad desde el momento en que se libera.*



*Al lanzar un objeto hacia arriba la velocidad es distinta de 0 m/s, la gravedad comenzará a disminuir su velocidad desde el momento que se lanza.*

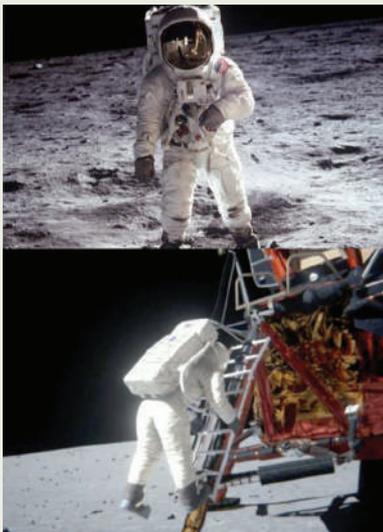


*Según la filosofía aristotélica, Aristóteles creía que los objetos caían a una velocidad proporcional a su peso. En otras palabras, creía que los objetos más pesados caerían más rápido que los objetos más ligeros.*



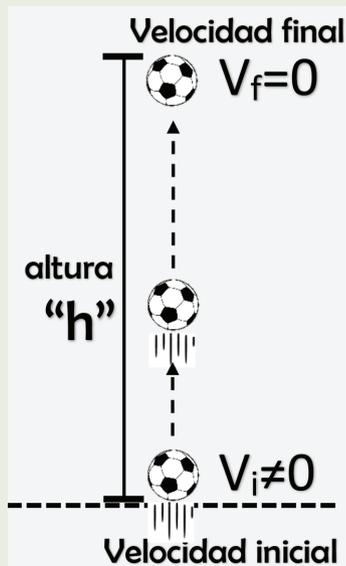
Fuente: <https://psicologiyamente.com/reflexiones/frases-de-aristoteles>

En 1969 el hombre llega a la luna, los videos grabados sobre la superficie lunar confirman que la gravedad es menor en comparación con la tierra, y que los objetos caen con la misma velocidad desde la misma altura, y que también no existe resistencia del aire



Fuente: <https://www.aarp.org/espanol/politica/historia/>

Al lanzar una pelota al aire, esta alcanzará su punto más alto, denominado altura máxima ( $h$  máx.), después de transcurrir un cierto tiempo, conocido como tiempo máximo ( $t$  máx.). Cuando la pelota alcanza el punto más alto su velocidad siempre tiene valor 0 m/s.



Fuente: Propia

Ecuaciones de caída libre:

$$V_f = V_i \pm g t$$

$$V_f^2 = V_i^2 \pm 2 g h$$

$$h = V_i t \pm \frac{g t^2}{2}$$

Donde:

$V_f$  = velocidad final.

$V_i$  = velocidad inicial.

$h$  = altura o distancia de subida o bajada

$t$  = tiempo que transcurre entre velocidades inicial-final o una altura recorrida.

$g$  = aceleración de la gravedad ( $9.81 \frac{m}{s^2}$ ).

Para el uso de los signos:

(+) usa el signo "más" si el objeto cae.

(-) usa el signo "menos" si el objeto sube.

Si se conoce el valor de la velocidad de lanzamiento hacia arriba, se pueden considerar los siguientes casos particulares:

#### a) Altura máxima

Es la altura máxima que alcanzara un objeto que se lanza hacia arriba, se puede representar con la ecuación:

$$h_{\max} = \frac{V_i^2}{2g}$$

#### b) Tiempo para alcanzar la altura máxima

O también tiempo de subida, es el tiempo que le toma a un objeto que asciende llegar a su punto máximo de altura, se puede representar con la ecuación:

$$t_{\text{subida}} = \frac{V_i}{g}$$

#### c) Tiempo de permanencia en el aire (tiempo total)

Es el tiempo, que un objeto permanece en el aire, desde que es arrojado hasta regresar al mismo punto desde el cual fue lanzado, se puede representar con la ecuación:

$$t_{\text{total}} = \frac{2V_i}{g}$$

Esto significa que, si un objeto que se lanza hacia arriba y tarda 4 segundos en subir, tardara también 4 segundos en volver al mismo punto del cual fue lanzado.

**Ejemplo 1**

Una pelota se lanza hacia arriba con velocidad inicial de  $15 \frac{m}{s}$  calculemos:

- a) La altura máxima a la cual llega.
- b) El tiempo de subida que tarda en llegar a esa altura.
- c) Tiempo de permanencia en el aire o tiempo total.
- d) La velocidad de regreso al punto del cual fue lanzado.

**a) Cálculo de la altura máxima**

De la ecuación

$$h_{\max} = \frac{V_i^2}{2g}$$

Reemplazamos los valores y calculamos

$$h_{\max} = \frac{\left(15 \frac{m}{s}\right)^2}{2 * 9.81 \frac{m}{s^2}}$$

**Resultado**

$$h_{\max} = 11.468 \text{ m}$$

**Respuesta.** La pelota alcanzará una altura máxima de 11.468 m.

**b) Cálculo del tiempo para alcanzar la altura máxima**

De la ecuación

$$t_{\text{subida}} = \frac{V_i}{g}$$

Reemplazamos los valores y calculamos

$$t_{\text{subida}} = \frac{15 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}}$$

**Resultado**

$$t_{\text{subida}} = 1.53 \text{ s}$$

**Respuesta.** La pelota llegará a su altura máxima después de 1.53 s.

**c) Tiempo de permanencia en el aire**

De la ecuación

$$t_{\text{total}} = \frac{2 V_i}{g}$$

Reemplazamos los valores y calculamos

$$t_{\text{total}} = \frac{2 * 15 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}}$$

**Resultado**

$$t_{\text{total}} = 3.06 \text{ s}$$

**Respuesta.** La pelota estará en el aire durante 3.06 s

**d) Velocidad de llegada**

**Respuesta.** La pelota volverá con la misma velocidad de  $15 \frac{m}{s}$

**Datos**

$$V_i = 15m/s$$

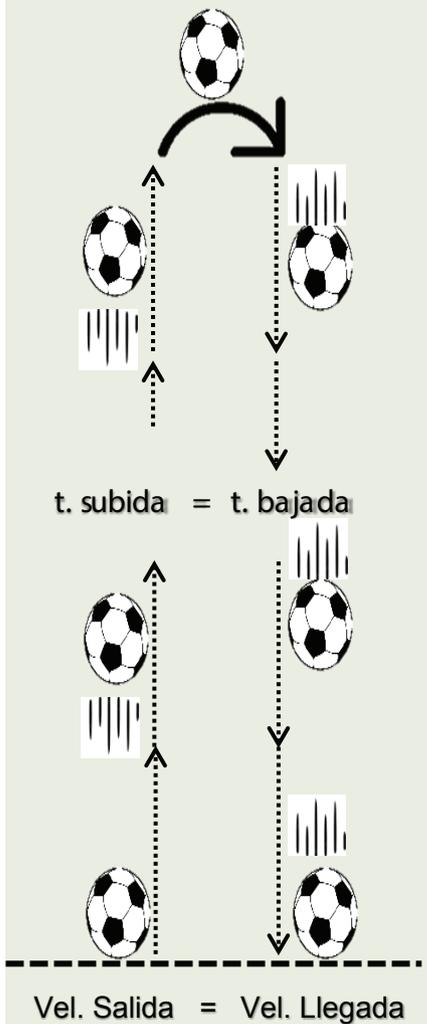
$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$h_{\max} = ?$$

$$h_{\text{subida}} = ?$$

$$V_f = ?$$

*Después de lanzar una pelota en el aire, el tiempo que tarda en subir es igual al tiempo que tarda en bajar, y la velocidad con la que se lanza es igual a la velocidad con la que llega al mismo punto del que fue arrojado.*



Fuente: Propia

**Datos**

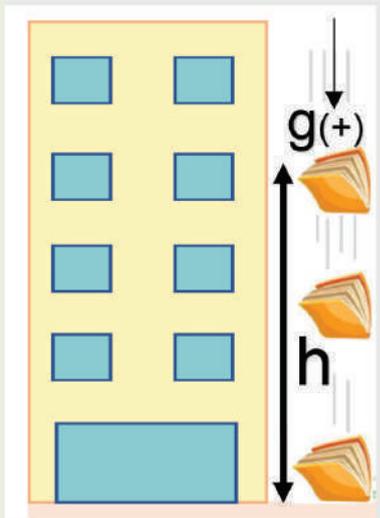
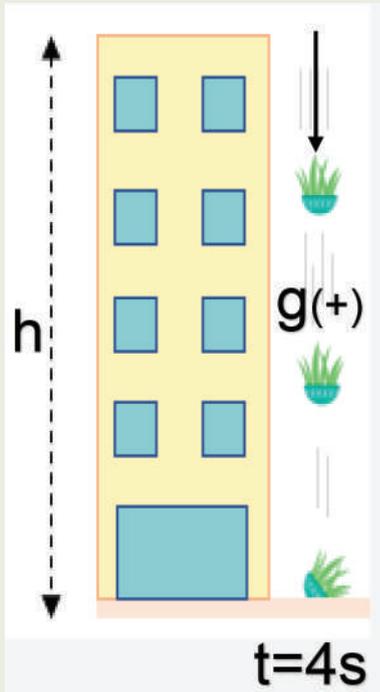
$V_i = 0 \text{ m/s}$

$t = 4 \text{ s}$

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$h = ?$

$V_f = ?$



**Ejemplo 2**

De la terraza de un edificio se deja caer una maceta y cae al suelo después de 4 segundos.

- a) Calculemos la altura del edificio.
- b) ¿Cuál es la velocidad con la que impacta al suelo?

**a) Cálculo de la altura del edificio**

De la ecuación

$$h = V_i t \pm \frac{g t^2}{2}$$

Reemplazamos los valores, usamos el signo (+) ya que la maceta cae.

$$h = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 4\text{s} + \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * (4\text{s})^2}{2}$$

$$h = \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 16\text{s}^2}{2}$$

**Resultado**

$h = 78.5 \text{ m}$

**Respuesta.** La altura del edificio es de 78.5 m

**b) Velocidad de impacto al suelo**

De la ecuación

$$V_f = V_i \pm g t$$

Reemplazamos los valores, usamos el signo (+) ya que la maceta cae.

$$V_f = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 4\text{s}$$

$$V_f = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 4\text{s}$$

**Resultado**

$V_f = 39.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Respuesta.** La maceta caerá con velocidad de  $39.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Ejemplo 3**

Desde el tercer piso un estudiante suelta un cuaderno y cae al piso con velocidad de 20 m/s . ¿Desde qué altura descendió?

De la ecuación

$$V_f^2 = V_i^2 \pm 2 g h$$

$$V_f^2 - V_i^2 = 2 g h$$

Usamos el signo (+) y despejamos h

$$\frac{V_f^2 - V_i^2}{2 * g} = h$$

Reemplazamos los datos y calculamos

$$h = \frac{(20 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (0 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 * 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

**Resultado**

$h=20.39 \text{ m}$

**Respuesta.** El cuaderno cae desde una altura de 20.39

### Ejemplo 4

Un cohete es lanzado hacia arriba y alcanza la altura de 1400 m. ¿Cuál es la velocidad del cohete después de 7 segundos?

En la ecuación 
$$V_f^2 = V_i^2 \pm 2 g h$$

Despejamos y calculamos la velocidad inicial; usamos el signo (-) ya que el cohete sube

$$V_f^2 + 2 g h = V_i^2$$

$$V_i = \sqrt{V_f^2 + 2 g h}$$

La velocidad final al llegar a su punto máximo es cero "0" 
$$V_i = \sqrt{\left(0 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 * 9.81 \frac{m}{s^2} * 1400m}$$

Con esta  $V_i$ , calculamos la velocidad final después de 7 segundos

$$V_i = 165.73 \frac{m}{s}$$

En la ecuación

$$V_f = V_i \pm g t$$

Reemplazamos y calculamos

$$V_f = 165.73 \frac{m}{s} - 9.8 \frac{m}{s^2} * 7s$$

**Resultado**

$$V_f = 97.06 \frac{m}{s}$$

**Respuesta.** La velocidad después de 7 segundos es  $97.06 \frac{m}{s}$

### Ejemplo 5

En un partido de baloncesto el árbitro lanza el balón hacia arriba para iniciar el juego ¿A qué velocidad debe saltar un jugador para elevarse 1.25 m sobre el suelo en un intento por atrapar el balón?

De la ecuación 
$$V_f^2 = V_i^2 \pm 2 g h$$

despejamos  $V_i$  usamos el signo (-)

$$V_i = \sqrt{2 * 9.81 \frac{m}{s^2} * 1.25m}$$

Reemplazamos los datos y calculamos

$$V_i = 4.9 \frac{m}{s}$$

**Resultado**

**Respuesta.** El jugador debe saltar con una velocidad de  $4.9 \frac{m}{s}$

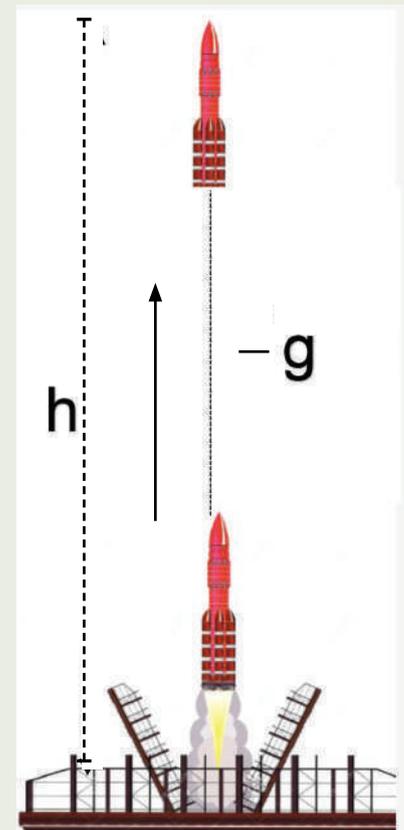
#### Datos

$$h = 1400 m$$

$$t = 7 s$$

$$g = 9.81 m/s^2$$

$$V_f = ?$$



#### Datos

$$h = 1.25 m$$

$$t = 7 s$$

$$g = 9.81 m/s^2$$

$$V_f = ?$$

$$V_i = ?$$

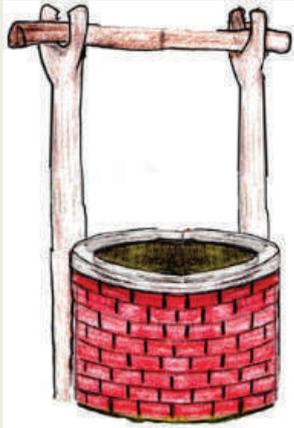
**Datos**

$t = 2.5 \text{ s}$

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$V_i = 8 \text{ m/s}$

$h = ?$



**Ejemplo 6**

Un niño arroja una piedra dentro de un pozo con una velocidad inicial de 8 m/s y esta llega al fondo del pozo después de 2.5 segundos. Calculemos la profundidad (altura) del pozo.

En la ecuación

$$h = V_i t \pm \frac{g t^2}{2}$$

Reemplazamos los datos usamos el signo (+)

$$h = 8 \frac{m}{s} * 2.5s + \frac{9.81 \frac{m}{s^2} * (2.5s)^2}{2}$$

$$h = 20m + 30.66m$$

**Resultado**

$$h = 50.66m$$

**Respuesta.** La profundidad del pozo es de 50.66 m

**Ejemplo 7**

De un edificio de 20 m de alto, se lanza una pelota hacia arriba con velocidad de 40 m/s . Al bajar la pelota apenas raspa la baranda, ¿Qué tiempo le toma a la pelota llegar a la superficie?

En la ecuación.

$$h_1 = \frac{V_i^2}{2g}$$

Calculamos a que altura máxima llega la pelota.

$$h_1 = \frac{\left(40 \frac{m}{s}\right)^2}{2 * 9.81 \frac{m}{s^2}}$$

$$h_1 = 81.55 \text{ m}$$

Altura máxima

Calculamos la altura total sobre la superficie.

$$h_t = h_1 + 20m$$

$$h_t = 81.55m + 20m$$

Altura total.

$$h_t = 101.55 \text{ m}$$

En la ecuación

Reemplazamos y calculamos el tiempo que le toma subir a su altura máxima.

$$t_s = \frac{V_i}{g}$$

$$t_s = \frac{40 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}}$$

" $t_s$ " es el tiempo que le toma la pelota subir al punto más alto.

$$t_s = 4.08 \text{ s}$$

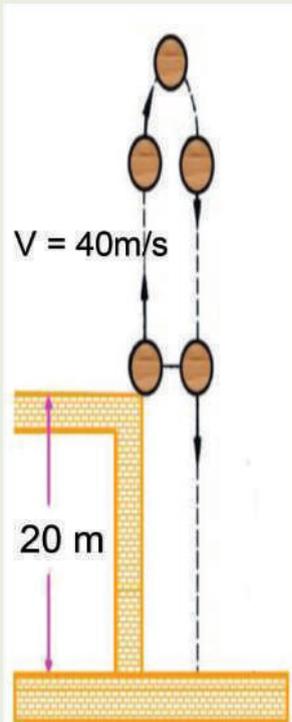
**Datos**

$h = 20 \text{ m}$

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$V_i = 40 \text{ m/s}$

$t = ?$



En la ecuación:

$$h_t = V_i t + \frac{g t_b^2}{2}$$

$$h_t = \frac{g t_b^2}{2}$$

$$\frac{2h_t}{g} = t_b^2$$

$$t_b = \sqrt{\frac{2h_t}{g}}$$

Despejamos “ $t_b$ ” para calcular el tiempo que la pelota invierte en descender desde el punto mas alto.

Reemplazamos los valores y calculamos  $t_b$ .

$$t_b = \sqrt{\frac{2 * 101.63 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

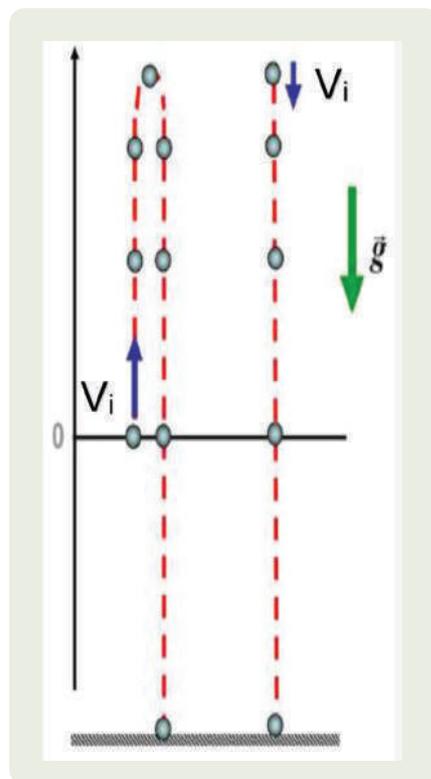
$$t_b = 4.55 \text{ s}$$

“ $T_t$ ” es el tiempo que la pelota permanece en el aire.

$$T_t = 4.08 \text{ s} + 4.55 \text{ s}$$

**Resultado:**

$$T_t = 8.63 \text{ s}$$



**Respuesta.** El tiempo que la pelota permanece en el aire es de 8.63 s

Actividad

**Resolvamos los siguientes problemas:**

Se pateo una pelota de futbol hacia arriba con velocidad de  $14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,

- a) ¿Hasta qué altura llegará?
- b) ¿Qué tiempo le toma a la pelota llegar a esa altura?

Un estudiante lanza su mochila desde la superficie hasta el primer piso que se encuentra a una altura de 3.5 m ¿Con qué velocidad se debe lanzar la mochila para llegar exactamente a la altura?



**Respondamos a las siguientes preguntas:**

- ¿Pensemos que la aceleración de la gravedad es distinta en otros planetas? ¿Por qué?
- ¿Creemos que en los problemas de caída libre tendrían resultados distintos si redondeamos el valor de  $9.8 \text{ m/s}^2$  a  $10 \text{ m/s}^2$ ? ¿Por qué?
- ¿Qué título le pondríamos al tema aprendido en la lengua originaria de tu región?



**Aceleración de la gravedad en tu región**

**Materiales:** una canica metálica, cronómetro, cinta métrica o flexómetro.

**Procedimiento:** Dejemos caer la canica desde un segundo piso, controlemos el tiempo “t” que tarda en llegar al piso.

Midamos con la cinta o flexo la altura de caída.

Con la orientación de nuestra maestra o maestro seleccionemos la ecuación adecuada para calcular la aceleración de la gravedad “g”.



## MOVIMIENTO PARABÓLICO

### PRÁCTICA

El movimiento parabólico combina dos movimientos fundamentales: uno vertical y otro horizontal. Este fenómeno es esencial para comprender cómo los objetos se comportan en situaciones más realistas. Tomemos el ejemplo de lanzar una pelota: al hacerlo, la pelota sigue una trayectoria curva debido a la influencia de la gravedad.

Cuando lanzamos cualquier objeto, intuitivamente le damos una dirección mediante un ángulo de salida. Este ángulo determina la forma de la parábola que describe su movimiento. Al analizar el movimiento parabólico nos permite calcular propiedades como el alcance máximo, la altura máxima y el tiempo de vuelo. Este concepto es esencial para comprender fenómenos como el lanzamiento de proyectiles y el movimiento de objetos en el aire, y tiene aplicaciones en campos que van desde la física hasta la ingeniería y el deporte.



Juegos estudiantiles plurinacionales. En el lanzamiento de bala se debe procurar que el lanzamiento tenga 45° de inclinación, con este ángulo se logra el máximo alcance de la bala.

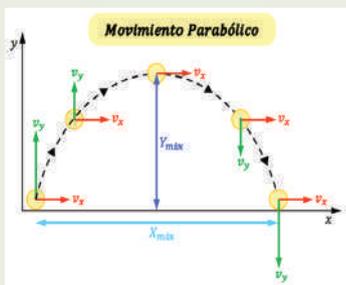
### Actividad

#### Respondamos a las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la trayectoria cuándo se enciende un fuego artificial y se dispara hacia arriba, su trayectoria es completamente recta?
- ¿Para lograr el lanzamiento más lejano de una pelota, es más efectivo utilizar un ángulo de elevación mayor con una velocidad más baja o un ángulo de elevación menor con una velocidad más alta? ¿Por qué?

### TEORÍA

#### DATO



Las características principales del movimiento parabólico son las siguientes:

La trayectoria es una parábola.

La velocidad tiene dos componentes: horizontal y vertical.

La componente horizontal de la velocidad es constante.

La componente vertical de la velocidad se acelera a una tasa constante.

### 1. Movimiento compuesto

El movimiento semi parabólico es un tipo de movimiento compuesto que se caracteriza por dos componentes principales: un movimiento horizontal uniforme y un movimiento vertical uniformemente acelerado.

### 2. Independencia de movimientos

Cuando un objeto con velocidad rectilínea constante se deja caer desde el borde de un lugar, el objeto experimenta dos movimientos simultáneos: uno horizontal y otro vertical.

#### a) Movimiento horizontal

En el movimiento semi parabólico, el objeto se mueve horizontalmente a una velocidad constante. Esto significa que no hay aceleración horizontal, y la velocidad en esta dirección se mantiene constante a lo largo del tiempo.

El objeto sigue una trayectoria en línea recta en el plano horizontal. Entonces podemos usar las ecuaciones de MRU.

$$V_x = \text{constante}$$

$$V_x = \frac{d}{t}$$

**b) Movimiento vertical**

Simultáneamente, el objeto también experimenta un movimiento vertical hacia abajo, bajo influencia de la gravedad, que es de aproximadamente  $9.81 \text{ m/s}^2$ . Este movimiento es nada más que caída libre; entonces podemos calcular la velocidad vertical del objeto en cualquier tiempo con la ecuación:

$$V_y = g t$$

Para calcular el tiempo de caída y la altura usamos las ecuaciones de caída libre:

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$h = \frac{g t^2}{2}$$

Para calcular la rapidez en cualquier instante usamos la ecuación:

$$V_t = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Para todos los problemas en adelante se utilizará una gravedad

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Ejemplo 1**

De lo alto de un edificio de 20 m de altura, una pelota se desliza horizontalmente con velocidad de 15 m/s. Calculemos la rapidez de la pelota al llegar al suelo.

Calculamos el tiempo que demora en caer. Independientemente de su movimiento horizontal.

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_c = \sqrt{\frac{2 * 20\text{m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t_c = 2 \text{ s}$$

Con este tiempo calculamos la componente vertical de la velocidad.

$$V_y = g t$$

$$V_y = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 2\text{s}$$

$$V_y = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En la ecuación reemplazamos y calculamos.

$$V_t = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

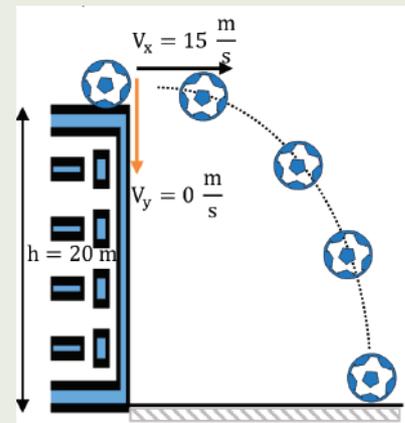
Calculamos la velocidad total al llegar al piso, con la velocidad  $V_x = 15 \text{ m/s}$  que se mantiene constante.

$$V_t = \sqrt{\left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

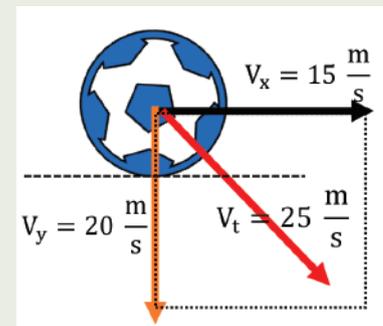
$$V_t = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Respuesta.** La rapidez al llegar al suelo es de  $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

*La pelota del ejemplo 1 adquiere movimiento compuesto al abandonar la terraza del edificio*

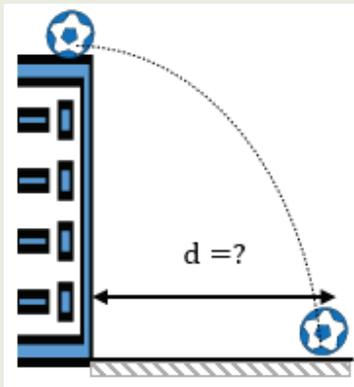


*Para calcular la velocidad de la pelota al caer, se debe encontrar sus componentes horizontal y vertical.*



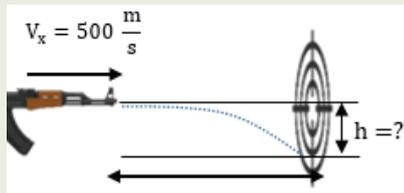
Fuente: propia

La pelota al salir del edificio se aleja una cierta distancia  $d$  antes de llegar al piso.



Fuente: propia

Cuando una bala sale del cañón esta adquiere un movimiento compuesto.



Fuente: propia

Los juegos de feria basan su física en el movimiento compuesto. Al apuntar se debe elevar el cañón para atinar al blanco.



Fuente: propia

### Ejemplo 2

Con los datos del ejemplo 1 calculemos a qué distancia del edificio caerá la pelota.

Usamos la componente horizontal de la pelota  
 $V_x = 15 \frac{m}{s}$   
 Despejamos  $d$  en la ecuación de MRU para calcular la distancia

$$V = \frac{d}{t}$$

$$d = V t$$

$$d = 15 \frac{m}{s} * 2s$$

**Resultado**

$$d = 30 m$$

**Respuesta.** La pelota llegará a una distancia de 30 m del edificio.

### Ejemplo 3

Un soldado en entrenamiento apunta su fusil hacia un blanco situado a 100 metros, alineando perfectamente el cañón con la línea horizontal. La bala disparada desde el fusil alcanza una velocidad de 500 m/s. ¿Por cuántos centímetros fallará en el disparo?

Calculamos el tiempo que le toma a la bala llegar al blanco.

$$V = \frac{d}{t}$$

$$t = \frac{d}{V}$$

$$t = \frac{100 m}{500 \frac{m}{s}}$$

$$t = 0.2 s$$

Con el tiempo calculamos cuanto se desviará la bala

$$h = \frac{g t^2}{2}$$

$$h = \frac{10 \frac{m}{s^2} * (0.2s)^2}{2}$$

$$h = 0.2 m$$

**Resultado**

$$0.2 m * \frac{100 cm}{1m} = 20 cm$$

**Respuesta.** El soldado fallará el disparo por 20 cm

### 3. Movimiento de proyectiles

Cuando se lanza un objeto con cierta inclinación, este adquiere una trayectoria de forma parabólica hasta llegar al suelo. Este movimiento parabólico también es compuesto, con las siguientes características:

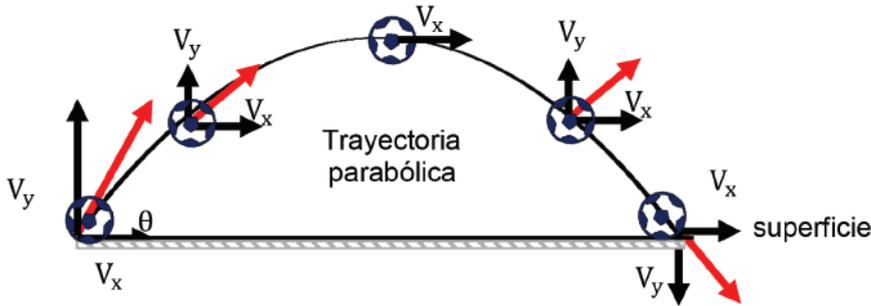
#### a) Trayectoria parabólica

Al lanzar un objeto con un ángulo comprendido entre 0 y 90 grados, es importante descomponer la velocidad inicial en dos componentes: una vertical y otra horizontal.

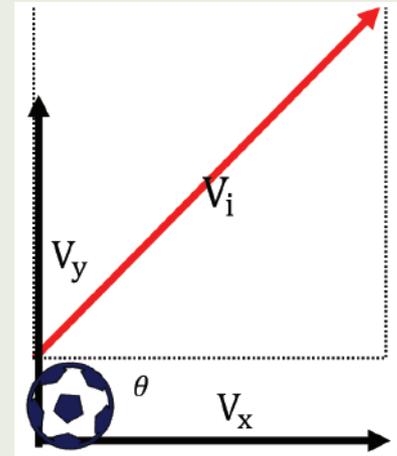
Cada una de estas componentes influirá de manera independiente en el movimiento a lo largo de su respectivo eje, como hemos visto en ejemplos anteriores.

$$V_y = V_i \sin \theta$$

$$V_x = V_i \cos \theta$$

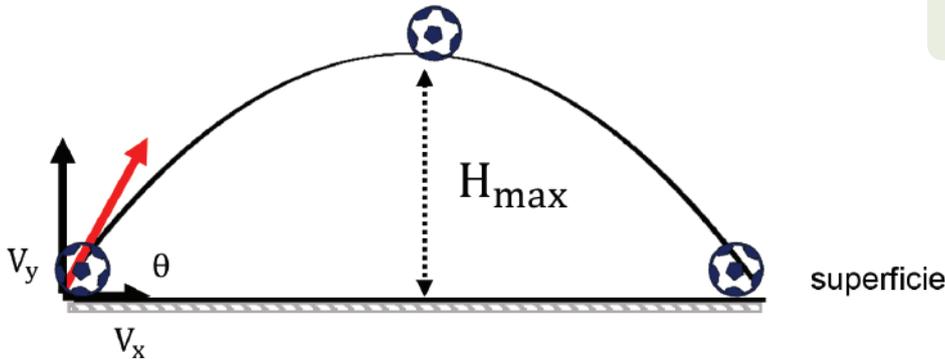


Al lanzar un objeto como un balón la velocidad inicial debe descomponerse en una vertical y una horizontal.



**b) Altura máxima**

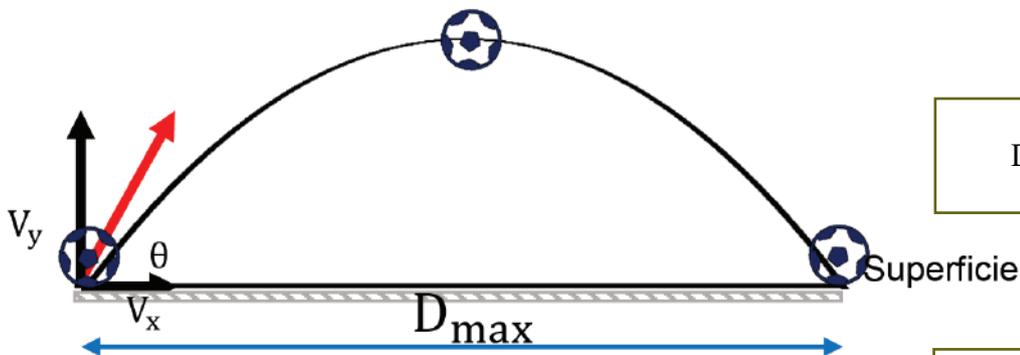
La altura máxima se refiere a la distancia máxima que hay desde la superficie hasta el punto más alto que puede alcanzar la pelota.



$$H_{\max} = \frac{V_i^2 (\sin \theta)^2}{2g}$$

**c) Distancia máxima**

La distancia máxima se refiere a la mayor distancia que existe desde el punto de lanzamiento hasta el punto donde la pelota cae.



$$D_{\max} = \frac{V_i^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$T_v = \frac{2 V_i \sin \theta}{g}$$

**d) Tiempo de vuelo**

Es el tiempo que la pelota se mantiene en el aire desde que se lanza hasta que llega al suelo.

$$h = \text{tg} \alpha x - \frac{g x^2}{2 v_i^2 \cos^2 \alpha}$$



**Datos**

$V_i = 40 \text{ m/s}$

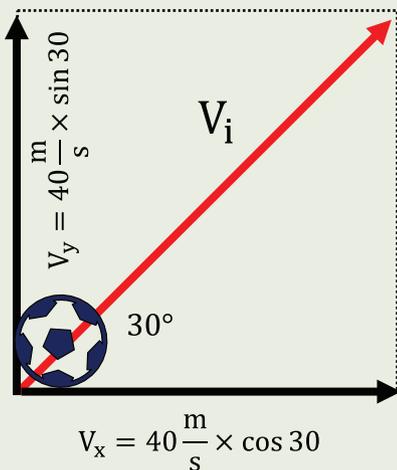
$\theta = 30^\circ$

$g = 10 \text{ m/s}^2$

$H_{\text{máx}} = ?$

$D_{\text{máx}} = ?$

$T_v = ?$



**e) Ecuación de la trayectoria**

**Ejemplo 4**

Un estudiante patea su pelota con una velocidad de 40 m/s con un ángulo de 30°. Calcular: a) Altura máxima; b) Distancia máxima; c) Tiempo de vuelo.

a) Altura máxima

$$H_{\text{máx}} = \frac{V_i^2 (\sin \theta)^2}{2g}$$

En la ecuación reemplazamos los datos.

$$H_{\text{máx}} = \frac{\left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 * (\sin 30^\circ)^2}{2 * 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Calculamos

$$H_{\text{máx}} = \frac{1600 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} * 0.25}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

**Resultado**

$$H_{\text{máx}} = 20 \text{ m}$$

**Respuesta.** La pelota se elevará a una altura máxima de 20 m.

b) Distancia máxima

$$D_{\text{máx}} = \frac{V_i^2 \sin(2\theta)}{g}$$

En la ecuación reemplazamos los datos.

Calculamos

$$D_{\text{máx}} = \frac{\left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 * \sin(2 * 30^\circ)}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

**Resultado**

$$D_{\text{máx}} = 138.56 \text{ m}$$

**Respuesta.** La pelota alcanzará una distancia máxima de 138.56 m

c) Tiempo de vuelo

$$T_v = \frac{2 V_i \sin \theta}{g}$$

En la ecuación reemplazamos los datos.

Calculamos

$$T_v = \frac{2 * 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \sin 30^\circ}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

**Resultado**

$$T_v = 4 \text{ s}$$

**Respuesta.** La pelota se mantendrá 4 s en el aire hasta caer al suelo.

**Ejemplo 4**

Resolvamos el anterior problema sin utilizar las 3 fórmulas

a) Tiempo de vuelo

Obtenemos las componentes horizontal y vertical.

$$V_y = V_i \sin \theta$$

$$V_x = V_i \cos \theta$$

$$V_y = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \sin 30^\circ$$

$$V_x = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 30^\circ$$

**Resultados**

$$V_y = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_x = 34.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Calculamos el tiempo de subida.

Por caída libre  $t_s = t_b$ , entonces el tiempo de vuelo es:

$$t_s = \frac{V_y}{g} = \frac{40 \frac{m}{s} * \sin 30}{10 \frac{m}{s^2}} = 2 \text{ s}$$

$$T_v = t_s + t_b = 2 \text{ s} + 2 \text{ s} = 4 \text{ s}$$

**b) Distancia máxima**

Usamos MRU en el eje horizontal.

$$d = V_x t = 40 \frac{m}{s} * \cos 30 * 4 \text{ s} = 138.56 \text{ m}$$

**c) Altura máxima**

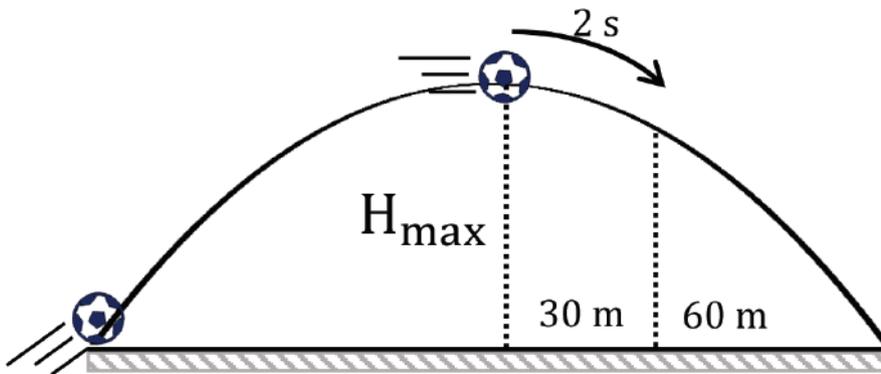
en el punto más alto  $V_f = 0$

$$h = \frac{(V_y + V_f)t}{2} = \frac{(40 \frac{m}{s} * \sin 30 + 0) 2 \text{ s}}{2}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

**Ejemplo 5**

Un cuerpo se mueve en forma parabólica como indica la figura. Determinemos el tiempo de vuelo, el alcance horizontal y la altura máxima.



**Distancia máxima**

De acuerdo a la gráfica la mitad del recorrido es 90m.

$$D_{\max} = 90 \text{ m} + 90 \text{ m}$$

$$D_{\max} = 180 \text{ m}$$

**Tiempo de vuelo**

El cuerpo tarda 2s en recorrer 30 m, entonces:

$$t_c = 2 \text{ s} + 4 \text{ s} = 6 \text{ s}$$

$$t_c = t_b$$

$$T_t = t_c + t_b$$

$$T_v = 6 \text{ s} + 6 \text{ s} = 12 \text{ s}$$

$$T_v = 12 \text{ s}$$

$$h = \frac{g t^2}{2}$$

$$h = \frac{10 \frac{m}{s^2} * (6 \text{ s})^2}{2}$$

$$h = 180 \text{ m}$$

**Altura máxima**

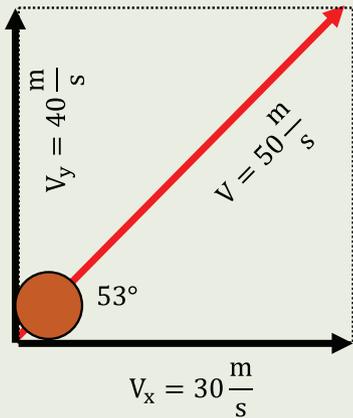
Usamos la ecuación para calcular desde qué altura cae en su  $H_{\max}$

Las características principales de una parábola son las siguientes:

- Es una curva abierta.
- Es simétrica respecto a un eje.
- Todos sus puntos equidistan de un punto fijo, llamado foco, y de una recta, llamada directriz.

**Respuestas**

- La Pelota tiene:
- Tiempo de vuelo = 12 s
- Distancia máxima = 180 m
- Altura máxima = 180 m



**Datos:**

$V_x = 30 \text{ m/s}$

$V_y = 40 \text{ m/s}$

$V_i = 50 \text{ m/s}$

$g = 10 \text{ m/s}^2$

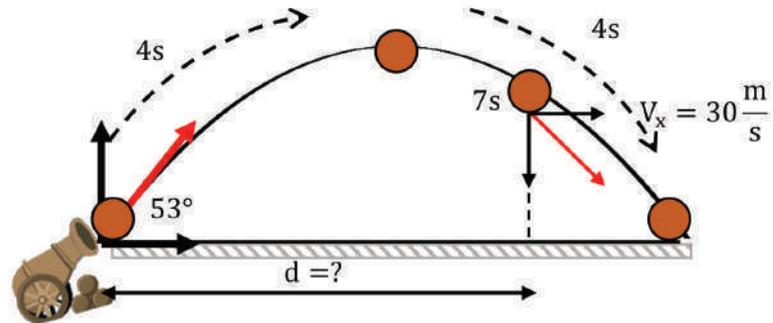
$t = 7 \text{ s}$

$\Theta = 53^\circ$

$d = ?$

**Ejemplo 6**

Un cañón dispara un proyectil desde el piso con una velocidad de 50 m/s y ángulo de  $53^\circ$ . Después de 7 s ¿Cuál es el desplazamiento horizontal?



Calculamos el tiempo de subida.

$$t_s = \frac{V_y}{g}$$

$$t_s = \frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t_s = 4 \text{ s}$$

si  $t_s = 4\text{s}$ , entonces a los 7s el proyectil está en bajada.

calculamos "d" horizontal con MRU

$$d = V_x t$$

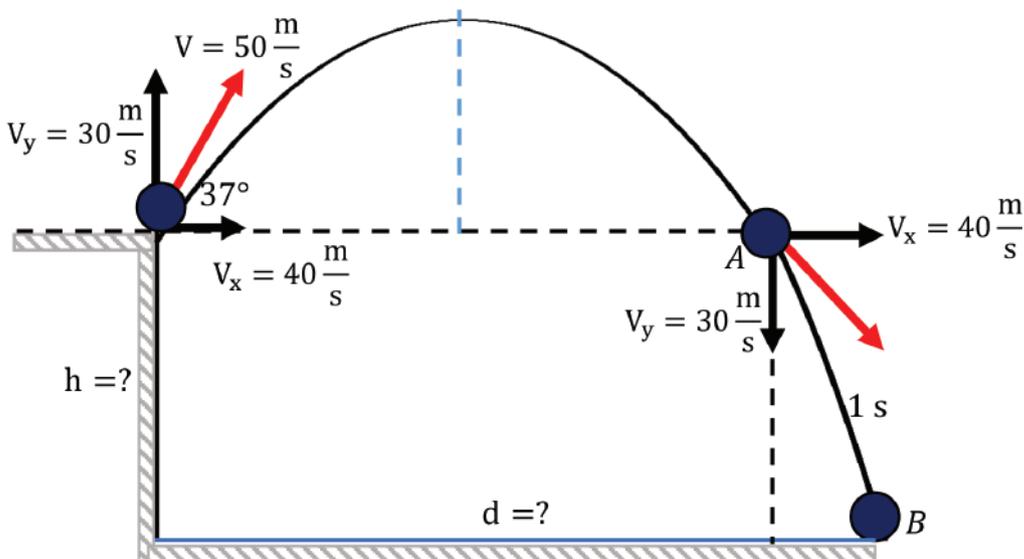
$$d = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 7\text{s}$$

$$d = 210 \text{ m}$$

**Resultado.**

**Ejemplo 7**

Calculemos "h" y "d", en el siguiente gráfico, si el tiempo total de vuelo es de 7 segundos.



Usamos  $V_x$  para calcular "d"  
 Resultado  
 Calculamos el tiempo de subida.  
 Si  $t_s = 3s$ , entonces  $t_c=3s$ , hasta el punto "A" usará 6s de los 7 totales  
 Calculamos la altura h con la fórmula de caída libre.

$$d = V_x t = 40 \frac{m}{s} * 7s$$

$$d = 280 m$$

$$t_s = \frac{V_y}{g}$$

$$t_s = \frac{30 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2}} = 3 s$$

$$h = V_y t + \frac{g t^2}{2}$$

$$h = 30 \frac{m}{s} * 1s + \frac{10 \frac{m}{s^2} * (1s)^2}{2}$$

**Resultado.**  $h = 35 m$

**Respuestas.** El proyectil se desplazará  $d=280 m$ ; y se lanzó desde una altura  $h= 35 m$ .

Actividad

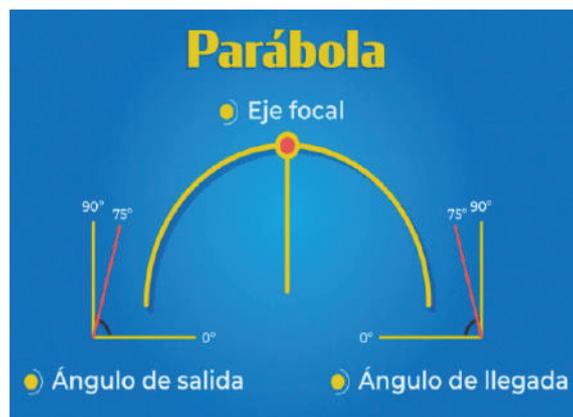
**Resolvamos los siguientes problemas:**

- Un futbolista patea una pelota con velocidad de  $35 \frac{m}{s}$  y un ángulo de  $45^\circ$ . Calculemos la altura máxima, la distancia máxima y el tiempo de vuelo.
- Desde una mesa de 1.5 m de alto, se desliza una canica con velocidad de  $1 \frac{m}{s}$ , ¿A qué distancia de la mesa llegará al suelo?
- Una estudiante quiere igualar el récord de salto largo de 4.45 m, si realiza el salto con  $37^\circ$  ¿A qué velocidad debe correr la estudiante?

VALORACIÓN

**Respondamos a las siguientes preguntas:**

- ¿Cuál es el motivo de cambiar el valor de la aceleración de la gravedad de  $9.8 \frac{m}{s^2}$  a  $10 \frac{m}{s^2}$  ?
- ¿Pensamos que es relevante el estudio del movimiento compuesto para el desarrollo de la tecnología de un país?
- ¿Cuál es la distancia máxima de un objeto si lo lanzas con ángulo de  $90^\circ$ ?



PRODUCCIÓN

**Hoja de cálculo para calcular H, D y T**

Usamos las computadoras KUA, y en las hojas de cálculo Excel programamos 3 fórmulas que permitan calcular la Altura Máxima, Distancia Máxima y Tiempo de vuelo en base a la velocidad de lanzamiento y el ángulo.

	Velocidad	Ángulo	Altura Máxima (H)	Distancia Máxima (D)	Tiempo de Vuelo (T)
	30	45	45.00	270.00	6.00
	35	45	61.25	393.75	7.00
	40	45	77.50	517.50	8.00
	45	45	93.75	641.25	9.00
	50	45	110.00	765.00	10.00
	55	45	126.25	888.75	11.00
	60	45	142.50	1012.50	12.00
	65	45	158.75	1136.25	13.00
	70	45	175.00	1260.00	14.00
	75	45	191.25	1383.75	15.00
	80	45	207.50	1507.50	16.00
	85	45	223.75	1631.25	17.00
	90	45	240.00	1755.00	18.00

## MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

### PRÁCTICA

#### Jugando con el yoyo

¿Alguna vez hemos jugado con un yoyo y nos hemos preguntado cómo es posible que se mantengan en movimiento constante? La respuesta es el movimiento circular uniforme, un concepto fundamental en la física, que se utiliza para describir la trayectoria de cualquier objeto que se mueve en una circunferencia con una velocidad constante.

Respondamos las siguientes preguntas.

- ¿Qué trayectoria tiene el yoyo?
- ¿Podemos contar la cantidad de veces que baja y sube el yoyo?
- ¿Hemos jugado alguna vez con un yoyo?



#### Actividad

Organizamos un concurso de yoyos con los estudiantes del nivel secundario y primario, para rescatar los juegos de antaño y así fortalecer el respeto y la equidad de género.

### TEORÍA

#### ¿QUÉ OPINAMOS DE ESTO?

##### Diferencia entre círculo y circunferencia



**Circunferencia**, es una línea curva cerrada en la que sus puntos están a la misma distancia del centro.



**Círculo**, es el área dentro de la circunferencia.

##### Elementos de la circunferencia

- Centro, punto ubicado a la misma distancia de cualquier punto de la circunferencia.
- Radio, segmento que une 1 punto cualquiera de la circunferencia.
- Diámetro, segmento que une 2 puntos de la circunferencia pasando por el centro

#### 1. Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Es aquel en el que un cuerpo se mueve a una velocidad constante en una trayectoria circular. En este movimiento, la velocidad del cuerpo es tangente a la trayectoria en todo momento.

##### a) Características

- Velocidad constante, el módulo de la velocidad no cambia con el tiempo.
- Dirección de la velocidad constante, debido a que la trayectoria es circular y el cuerpo u objeto se mueve en un círculo.
- Aceleración centrípeta, siempre se encuentra dirigida hacia el centro de la trayectoria y tiene un valor constante, esta aceleración puede calcularse con:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Donde:

$a_c$  = aceleración centrípeta (m/s<sup>2</sup>)

$v$  = velocidad del cuerpo (m/s)

$r$  = radio de la trayectoria (m)

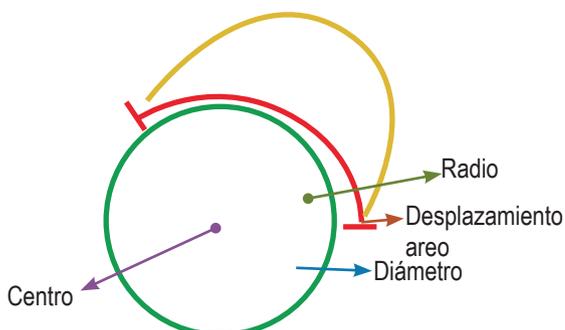
Entre algunos ejemplos del MCU, tenemos:

- El satélite que gira alrededor de un planeta.
- Rueda girando sobre su propio eje.
- Oscilación de un péndulo.

## 2. Ecuaciones del movimiento circular

### a) Desplazamiento lineal (S)

Es la distancia que recorre el móvil en la circunferencia, describiendo un arco formado por el radio y el centro de la circunferencia



### b) Desplazamiento angular (θ)

Es el ángulo que se forma con el radio y el centro de acuerdo al desplazamiento del móvil. La unidad de medida es los radianes (*rad*).

Para el desplazamiento angular de  $2\pi$  rad, se tiene como equivalencia a una vuelta completa de la circunferencia del movimiento circular.

El desplazamiento angular, se representa por la longitud del arco dividido entre el radio.

La longitud del arco se mide en el ángulo, por lo tanto, el desplazamiento angular se mide como un ángulo en radianes.

Para calcular el desplazamiento angular, se utiliza:

$$\theta = \frac{s}{r}$$

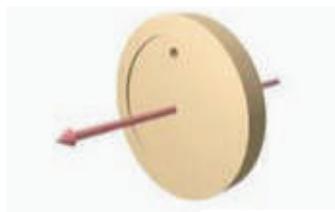
$\theta$  = desplazamiento angular donde se realiza el movimiento.

$s$  = distancia recorrida.

$r$  = radio del círculo.

### Ejemplo 1

Un objeto gira con una velocidad angular de 5rad/s, ¿Cuál será su desplazamiento angular en 4 s?



#### Datos

$$\omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

$$\theta = ?$$

#### Solución

$$\theta = \omega t$$

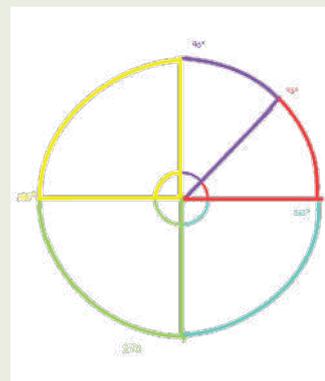
$$\theta = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} * 4 \text{ s}$$

$$\theta = 20 \text{ rad}$$

**Respuesta.** Su desplazamiento angular en 4 segundos será de 20 rad.

### ¿QUÉ NOS PARECE?

#### Equivalencias de Ángulos a Radianes



$$45^\circ = \frac{4}{\pi} \text{ rad}$$

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

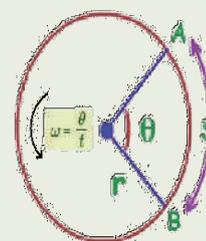
$$270^\circ = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

#### DESPLAZAMIENTO ANGULAR

$\theta$  = Desplazamiento Angular

$s$  = longitud recorrida (de A hasta B)      $r$  = radio del movimiento circular



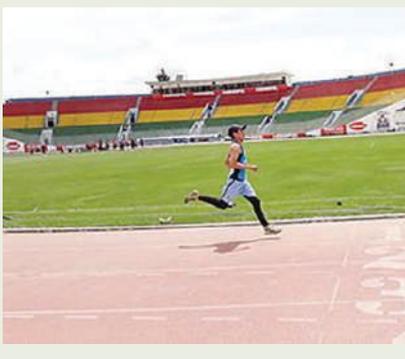
Para una vuelta completa (longitud de la circunferencia)  $s = 2\pi r$

Entonces:  $2\pi$  radians =  $360^\circ$

$\omega$  = velocidad angular

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

### Ejemplo 2



### Ejemplo 2

Por la pista de atletismo del estadio Hernando Siles, un atleta recorre 109 metros de la pista circular, sabiendo que la pista tiene un diámetro de 15 metros, ¿Cuál será su desplazamiento angular?

#### Datos

$$s = 109 \text{ m}$$

$$r = 7.5 \text{ m}$$

$$\theta = ?$$

#### Solución

$$\theta = \frac{s}{r}$$

$$\theta = \frac{109 \text{ m}}{7.5 \text{ m}}$$

$$\theta = 14.53 \text{ rad}$$

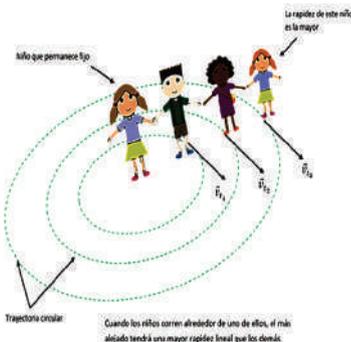
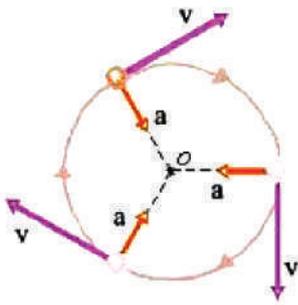
**Respuesta.** El desplazamiento angular será de 14.53 rad

### Actividad

Resolvamos los siguientes problemas:

- 1) Una partícula gira alrededor de un círculo de diámetro de 30 cm con una velocidad angular de 4.6 rad/s. ¿Cuál es su desplazamiento tangencial en 5 segundos?
- 2) Una rueda gira a una velocidad angular de  $90\pi/7$  rad/s. ¿Cuál es su desplazamiento tangencial en 3 minutos?
- 3) Un disco gira a una velocidad angular de 48 rad/s. ¿Cuál es su desplazamiento tangencial en un giro completo?

### VELOCIDAD LINEAL O TANGENCIAL

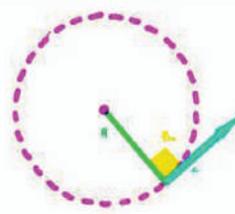


### c) Velocidad lineal o tangencial ( $v_t$ )

Magnitud vectorial como tal tiene un módulo y una dirección. Indica el valor que recorre el móvil quien a su vez describe un arco, es decir por cada unidad de tiempo. El valor de velocidad mide la rapidez que es el módulo de la velocidad tangencial.

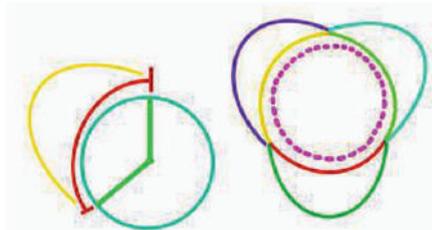
¿Para entender mejor?

- Representamos a la velocidad tangencial con un vector cualquiera, (ver gráfico). Se dice que es tangencial por que el vector y el radio forman un ángulo de  $90^\circ$ .

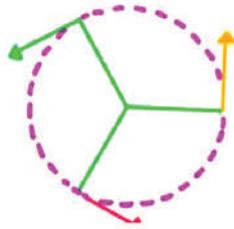


- Al módulo de la velocidad tangencial que es la rapidez le damos un valor de  $v = 30 \text{ m/s}$ .

- Indicando  $v = |v| = 30 \text{ m/s}$ , por lo tanto indicamos la rapidez tangencial y la velocidad tangencial son lo mismo (ver gráfico).



- Al ser una magnitud vectorial cambia de dirección; pero no de módulo.



**d) Velocidad angular ( $\omega$ )**

Es la medida del cambio de ángulo de un cuerpo en movimiento, expresa la relación que se tiene entre el ángulo recorrido y el tiempo empleado en recorrer ese ángulo.

Su unidad de medida es en radianes por segundo.

Se representa por la letra  $\omega$  y, se representa por:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Donde:

$\theta$  = desplazamiento angular.

$t$  = tiempo que tarda el objeto en recorrer el  $\theta$ .

**Relación entre velocidad lineal y velocidad angular**

Ambas se definen por:

$$v = \omega r$$

Donde:

$v$  = velocidad lineal.

$\omega$  = velocidad angular.

$r$  = radio de la trayectoria curva.

También se puede calcular en función del periodo o la frecuencia en un movimiento circular.

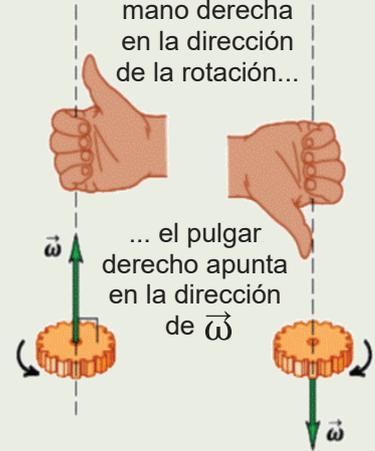
**e) Periodo (T)**

Es el tiempo que tarda el móvil u objeto en dar una vuelta completa, su unidad de medida el segundo(s).

$$T = \frac{\text{Tiempo Total}}{\text{Número de vuelta}}$$

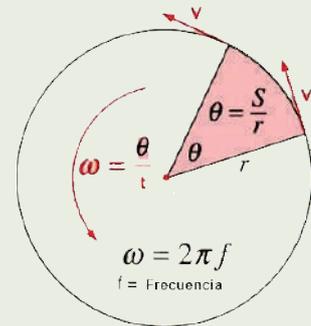
**REGLA DE LA MANO DERECHA ¿QUÉ ES?**

Si usted dobla los dedos de su mano derecha en la dirección de la rotación...



... el pulgar derecho apunta en la dirección de  $\vec{\omega}$

**Velocidad angular**

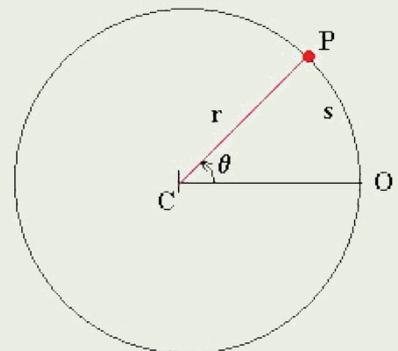


$\omega$  = Velocidad angular

$v$  = Velocidad Lineal

$$\omega = \frac{v}{r}$$

**Periodo**



**UNIDADES DE MEDIDA**

**Velocidad lineal o tangencial**

$$\frac{\text{Radian}}{\text{Segundo}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

**Velocidad angular**

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

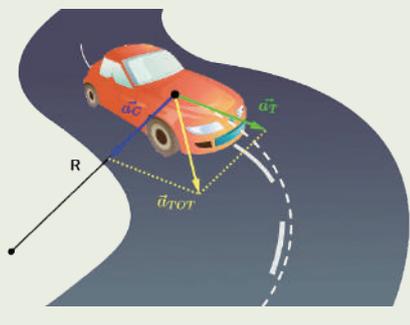
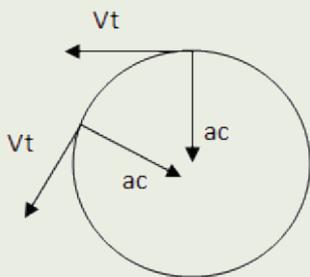
**Frecuencia**

$$\frac{\text{evolución}}{\text{segundo}} = \frac{\text{rev}}{\text{s}} = \text{R. P. S} = \frac{1}{\text{s}} = \text{S}^{-1} = \text{Hertz}$$

**Aceleración angular**

$$\frac{\text{Radian}}{\text{Segundo}^2} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

**Gráfico de la aceleración centrípeta**



**f) Frecuencia (f)**

Es el número de vueltas o cantidad que da un móvil por la circunferencia en cada unidad de tiempo, se puede decir que es la inversa del periodo, su unidad de medida es el Hertz (Hz)

$$f = \frac{\text{Número de vueltas}}{\text{Tiempo Total}}$$

**Ejemplo 3:**

En un motor de 1700 R.P.M., con una velocidad angular de 178.02 1/s. calculemos su periodo y su frecuencia.

**Solución:**

Cálculo del periodo:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{178.02 * \frac{1}{\text{s}}}$$

$$T = 0.035 \text{ s}$$

Cálculo de la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1 \text{ rev}}{0.035 \text{ s}}$$

$$f = 28.57 \text{ rev/s}$$

**Respuesta.** El periodo del motor es 0.035 segundos y la frecuencia es de 28.57 rev/s .

**g) Aceleración centrípeta ( a<sub>c</sub> )**

La aceleración centrípeta es la que experimenta un móvil en movimiento circular. Es una cantidad vectorial dirigida hacia el centro de la circunferencia y mide la rapidez con que cambia la dirección de la velocidad tangencial.

El movimiento circular uniforme de un cuerpo siempre es acelerado por que la velocidad tangencial cambia de dirección, aunque el módulo de la velocidad tangencial se mantiene constante.

Siempre que cambia la velocidad aparece la aceleración en este caso centrípeta por que apunta hacia el centro de la circunferencia, siempre está presente.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad a_c = \omega^2 r$$

**Ejemplo 4**

¿Cuál es la aceleración centrípeta de un móvil que recorre una pista circular de 80m de radio con MCU a 80 km/h?

Solución:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(80 * \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}})^2}{80 \text{ m}}$$

$$a_c = 6.172 \text{ m/s}^2$$

**Respuesta.** La aceleración centrípeta será de 6.172 m/s<sup>2</sup>

### 3. Fórmulas del MCU

$$V = \frac{s}{t}$$

Donde:  
v= Velocidad Lineal o Tangencial  
s= Desplazamiento Lineal  
t= Tiempo

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Donde:  
 $\omega$ =Velocidad Angular  
 $\theta$  = Desplazamiento Angular  
t= Tiempo

#### a) Relación entre la Velocidad tangencial y Velocidad angular

$$v = w R \quad ; \quad R$$

Demostrando

$$v = w R$$

decimos que:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = q R$$

$$v = \frac{q R}{t}$$

#### b) Relación entre la Velocidad angular y el Periodo

Demostrando

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad ; \quad T$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

decimos que:  $\theta = 2\pi$  ,  $T = t$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Reemplazamos en la formula  $\omega = \frac{\theta}{t}$

#### c) Relación entre la Velocidad angular y la frecuencia

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad ; \quad f = \frac{1}{T}$$

Demostración

Decimos que :  $\theta = 2\pi$  rad

$$t = T$$

$$w = 2\pi f$$

Reemplazamos Igualdades

Decimos que :  $T = \frac{1}{f}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{f}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{f}}$$

$$w = \frac{2\pi f}{1}$$

$$w = 2\pi f$$

#### d) Reciprocidad del periodo y la frecuencia

T ; f

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T f = 1$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f T = 1 \quad ; \quad T f = 1$$

Actividad

#### Resolvamos los siguientes problemas:

- 1) Convertamos 480° a radianes.
- 2) Convertamos 100° a radianes.
- 3) Convertamos 7  $\pi$ rad/s a grados.
- 4) Convertamos 100/5  $\pi$ rad/s a grados.
- 5) Convertamos 1564 radianes a grados.
- 6) Una niña amarra un pata-pata a su pie y lo hace girar como muestra el gráfico. La pata-pata gira con un MCU, a una velocidad de 7 $\pi$  rad/s. ¿Calculemos el Ángulo que barre al radio de giro en 2 segundos?
- 7) Calculemos el periodo y la frecuencia de un móvil que tiene la velocidad angular de 40  $\pi$  rad/s en 120 segundos.
- 8) Un móvil describe un arco de circunferencia de 10 metros en un tiempo de 5 segundos. ¿Calculemos su velocidad tangencial?
- 9) Un disco llega a girar con una velocidad de 30 rad/s ¿Qué tiempo tardará en girar 180°?
- 10) Una partícula gira alrededor de un círculo de radio 15 cm con una velocidad angular de 7 rad/s. ¿Cuál es su desplazamiento angular en 3 segundos?

### Llegó el momento de pensar

En Bolivia tenemos juegos que caracterizaron la niñez de antaño, los cuales hoy en día han sido reemplazados. Investiguemos y expliquemos en qué consistían estos juegos de antaño, según los gráficos propuestos.

**Pata-pata**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ula ula**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**El Trompo**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Experiencia práctica productiva**

Laboratorio: Determinación del número de vueltas del MCU

**1.-Construcción de nuestro propio juego de antaño “Nuestro yoyo”**

**Materiales:**

- Dos tapas de crema Nívea
- Papel de colores(para adornar)
- Tijeras
- Cartón(tubo del papel higiénico)
- Cuerda o lana ( a elección)
- Silicona caliente

**Procedimiento:**

- Limpiaremos las tapas de la crema, para poder decorar la parte externa.
- Cortemos el tubo de cartón en tres pedazos (para asegurar para asegurar la firmeza se introduce uno dentro den otro realizando un pequeño corte en el costado).
- Procedamos a pegar él tubo en una de las tapas.
- Enrosquemos la cuerda o el pedazo de lana (la cantidad deseada).
- Por último se unen la tapas

**2.- Registra cuántas vueltas logran dar mis compañeros y el tiempo que tarda en meterse el yoyo, en el siguiente cuadro:**

N°	ESTUDIANTE	PERIODO (tiempo)	FRECUENCIA (número de vueltas)

## MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO MCUV

### PRÁCTICA

A menudo observamos diversos movimientos que puede realizar un cuerpo u objeto, considerando una trayectoria, cuando se describe una trayectoria circular, es un movimiento donde la dirección de la velocidad del cuerpo cambia constantemente, pero mantiene constante su módulo.

#### El vaso mágico

Tomemos un vaso de agua, le pedimos a un estudiante que haga girar el vaso de forma circular con una velocidad normal.

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Por qué se derrama el agua?

Nuevamente llenamos el vaso con agua, pero esta vez le pedimos al estudiante que realice giros más rápidos.

- ¿Esta vez se derramó el agua?



### Actividad

Respondamos a las siguientes preguntas:

- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana observamos el movimiento en círculos?
- ¿Cómo se mantiene en movimiento un objeto giratorio?

### TEORÍA

#### Velocidad

Es una magnitud **vectorial** que relaciona el movimiento (cambio de posición de un móvil dirección y sentido) con respecto al tiempo.

#### Rapidez

Es una magnitud **escalar**, relaciona un número con distancia recorrida y el tiempo



#### 1. Características del MCUV

- Su trayectoria es una circunferencia.
- La velocidad angular NO permanece constante, es decir cambia.
- La velocidad angular varía con respecto al tiempo aumenta o disminuye.
- La aceleración angular y el valor de la aceleración tangencial permanecen constante NO cambia.

#### 2. La aceleración en el MCUV

##### a) Aceleración Angular ( $\alpha$ )

Magnitud escalar que indica el cambio de velocidad angular por unidad de tiempo, su unidad de medida es radianes por segundo al cuadrado.

#### Definición matemática

Donde:

$\alpha$  = Aceleración angular.

$\Delta\omega$  = Variación de la velocidad angular.

$\omega_f$  = Velocidad angular final.

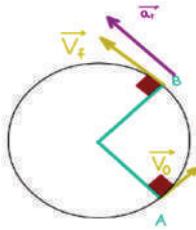
$\omega_0$  = Velocidad angular inicial.

t = Tiempo.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

**b) Aceleración tangencial ( $a_t$ )**

Iguala por el cambio de la velocidad tangencial y la rapidez tangencial, magnitud vectorial que no solo se define por su módulo sino también por su dirección. (Ver gráfico)



Se muestra en el punto A el vector que representa a la velocidad que tiene un módulo pequeño a medida que transcurre el tiempo el módulo aumenta como se observa en el punto B.

**Definición matemática**

$$a_t = \alpha r$$

Donde:

- $a_t$  = Aceleración tangencial
- $\alpha$  = Aceleración angular
- $r$  = Radio

**Demostración de la fórmula**

Del MRUV sabemos que:

Cada instante es igual a  $a = \frac{v_f - v_0}{t}$

Por lo tanto  $v = \omega r$

Reemplazando en  $v_f = \omega_f r$  será  $v_0 = \omega_0 r$

Factorizando obtenemos  $a = \frac{v_f - v_0}{t}$  a  $\frac{\omega_f r - \omega_0 r}{t}$

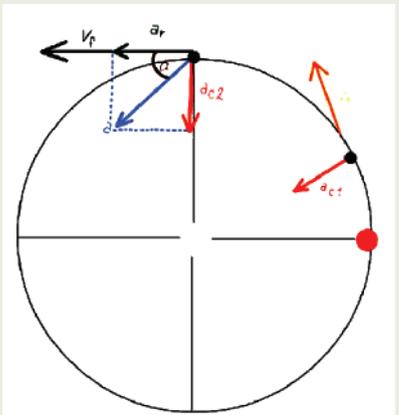
Recordamos la fórmula de la aceleración  $a = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} r$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

Reemplazamos en la fórmula factorizada  $a = \alpha r$

**¿CUÁNDO ES EL MOVIMIENTO ACELERADO?**

- El módulo de la  $v_f$  es **mayor** que el de la  $v_0$ .
- La  $a_c$  **crece** a la par de la  $v$  porque depende de ella.
- La  $a_t$  se **mantiene constante** de **igual** sentido que la  $v$ .

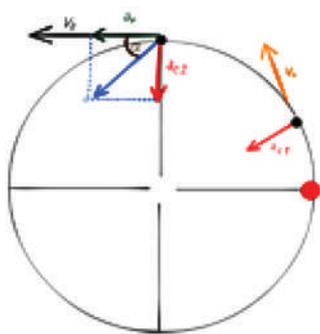


Donde:

- $\alpha$  = Aceleración angular
- $a$  = Aceleración
- $\omega$  = Velocidad angular
- $\omega_f$  = Velocidad angular final
- $\omega_0$  = Velocidad angular inicial
- $t$  = Tiempo
- $v_f$  = Velocidad final
- $v_0$  = Velocidad inicial
- $r$  = Radio

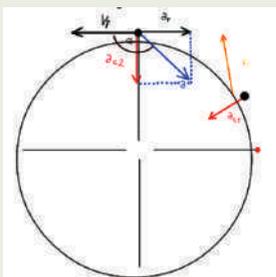
### ¿Cuándo es el movimiento acelerado?

- El módulo de la  $v_f$  es mayor que el de la  $v_0$ .
- La  $a_c$  crece a la par de la  $v$  porque depende de ella.
- La  $a_t$  se mantiene constante de igual sentido que la  $v$ .



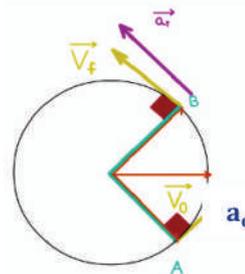
### ¿Cuándo en el movimiento retardado?

- El módulo de la  $v_f$  es **menor** que el de la  $v_0$ .
- La  $a_c$  **disminuye** a la par de la  $v$  porque depende de ella.
- La  $a_t$  se mantiene constante de sentido **contrario** a la  $v$ .



### c) Aceleración centrípeta ( $a_c$ )

La aceleración centrípeta aparece cuando la velocidad cambia de dirección, se la llama así porque siempre apunta hacia el centro de la circunferencia.



#### Demostración matemática

$$a_c = \frac{v^2}{t}$$

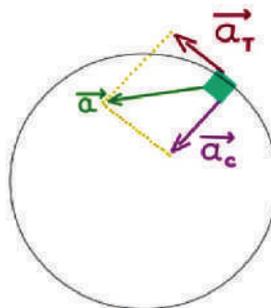
$$a_c = \omega^2 r$$

Donde:

$a_c$  = Aceleración centrípeta  
 $v$  = Velocidad  
 $\omega$  = Velocidad angular  
 $t$  = Tiempo  
 $r$  = Radio

### d) Aceleración ( $a$ ) o Aceleración total ( $a_T$ )

Es la resultante de la aceleración tangencial y la aceleración centrípeta forman un ángulo de  $90^\circ$ . La suma de los vectores de ambas magnitudes vectoriales da origen a la aceleración o aceleración total.



#### Demostración matemática

$$a_T^2 = a_t^2 + a_c^2$$

Donde:

$a_T$  = Aceleración total  
 $a_c$  = Aceleración centrípeta  
 $a_t$  = Aceleración tangencial

#### Resolvamos los siguientes problemas:

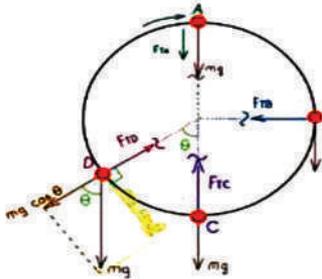
- 1) Calcula la aceleración centrípeta de un automóvil que se mueve a una velocidad de 75 km/h que gira en una curva de 50 metros de diámetro.
- 2) Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 17.6 m/s, ¿Cuál es la aceleración centrípeta de la pelota en el punto más alto de su trayectoria?
- 3) En los días lluviosos ¿Cómo debe ser la velocidad y la aceleración de los automóviles en las curvas? ¿Por qué?

### 3. La Fuerza Centrípeta y la Fuerza Centrífuga en el MCUV

#### a) Fuerza Centrípeta ( $F_C$ )

Para que un cuerpo cambie de dirección y sentido, actúa una fuerza denominada Fuerza Centrípeta responsable de la aceleración centrípeta que mide el cambio de dirección.

La fuerza centrípeta tiene la misma dirección que la aceleración centrípeta dirigiéndose hacia el radio de la circunferencia, dicho fenómeno se explica con la segunda Ley de Newton "La fuerza neta o resultante de la acción de todas las fuerzas que actúan sobre objeto, es directamente proporcional a la aceleración que adquiere"



Donde:

$F_C$  = Fuerza centrípeta

$m$  = Masa

$a_c$  = Aceleración centrípeta

$v$  = Velocidad

$t$  = Tiempo

$r$  = Radio

Definición matemática

De la segunda Ley de Newton

$$F = m a \quad \longleftrightarrow \quad F_c = m a_c$$

Reemplazamos la fórmula de aceleración centrípeta

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Teniendo como resultado  $F_c = \frac{m v^2}{r}$

#### b) Fuerza Centrífuga

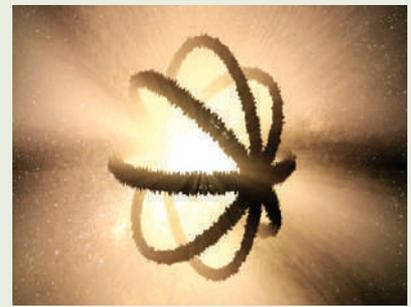
Esta fuerza No es real y es causada por el efecto de la inercia que experimenten un cuerpo en movimiento curvilíneo, también se la puede llamar ficticia que se produce en un sistema acelerado.

(Ver gráfico)



#### INVESTIGUEMOS

¿Quién fue Freeman Dyson?

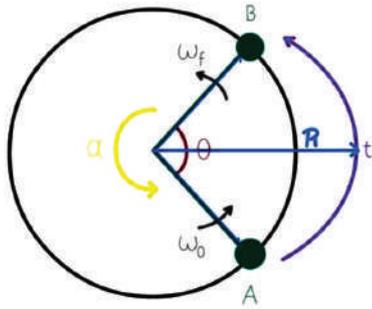


#### INVESTIGA

¿La esfera es infinita o finita?



**Variables del MCUV**



**No olvidemos que:**

**Unidades de medida**

**Velocidad lineal o tangencial**

$$\frac{\text{Radian}}{\text{Segundo}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

**Velocidad angular**

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

**Frecuencia**

$$\frac{\text{revolución}}{\text{segundo}} = \frac{\text{rev}}{\text{s}} = \text{R.P.S}$$

$$\text{R.P.S} = \frac{1}{\text{s}} = \text{S}^{-1} = \text{Hertz}$$

**Aceleración angular**

$$\frac{\text{Radian}}{\text{Segundo}^2} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

**4. Unidades de medida del MCUV**

**a) Unidades de medida de las variables angulares**

$\theta$	$\tau$	$\omega_f$	$\omega_0$	$\alpha$
rad	s	rad/s	rad/s	rad/s <sup>2</sup>

**b) Unidades de medida de las variables tangenciales**

$s$	$\tau$	$v_f$	$v_0$	$a$
m	s	m/s	m/s	m/s <sup>2</sup>

**5. Fórmulas del MCUV**

Lineal o Tangencial	Angular
$a_t = \frac{v_f - v_0}{t}$	$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$
$s = \frac{v_f - v_0}{2} t$	$\theta = \left[ \frac{\omega_f - \omega_0}{2} \right] t$
$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$\alpha = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v_f^2 = v_0^2 + 2 a s$	$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \theta$
$v_f = v_0 + a t$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

**Otras fórmulas**

$S = \theta * r$	$\omega = 2 \pi f$
$T = \frac{1}{f}$	$v_t = \omega r$
$f = \frac{1}{T}$	$a_c = \frac{v^2}{r}$
$v_t = \frac{s}{t}$	$a_c = \omega^2 r$
$\omega = \frac{\theta}{t}$	$a_t = \alpha r$
$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$a_T^2 = a_t^2 + a_c^2$

6. Ejercitamos

a) Despejamos las siguientes variables

Despejamos “ $\alpha$ ” de la fórmula

$$\alpha = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Despejamos “ $v_0$ ” de la fórmula

$$s = \frac{v_f - v_0}{2} t$$

Despejamos “ $v^2$ ” de la fórmula

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Despejamos “ $\theta$ ” de la fórmula

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

b) Analizamos y resolvemos los problemas planteados

1. La velocidad de un automóvil que recorre un radio 0.15 m, en un tiempo de 20 segundos aumenta uniformemente de 3 m/s a 15 m/s. Calculemos la aceleración angular.

**Datos:**

$r = 0.15 \text{ m}$   
 $v_0 = 20 \text{ m/s}$   
 $v_f = 15 \text{ m/s}$   
 $\alpha = ?$

Sabemos que

$$v_T = \omega_O r$$

Entonces deducimos

$$v_o = \omega_o r \quad v_f = \omega_f r$$

Despejamos  $\omega_o$  y  $\omega_f$

$$v_o = \omega_o r \quad v_f = \omega_f r$$

$$\omega_o r = v_o \quad \omega_f r = v_f$$

$$\omega_o = \frac{v_o}{r} \quad \omega_f = \frac{v_f}{r}$$

$$\omega_o = \frac{3 \text{ m/s}}{0.15 \text{ m}} \quad \omega_f = \frac{15 \text{ m/s}}{0.15 \text{ m}}$$

$$\omega_o = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_o = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Recordamos

$$\left[ \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{m}}{1}} \right] = \frac{1 * \text{m}}{\text{m} * \text{s}} = \frac{1}{\text{s}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Encontramos  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

$$\alpha = \frac{100 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ s}}$$

$$\alpha = \frac{80 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{20 \text{ s}}$$

$$\alpha = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Recordamos

$$\left[ \frac{\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{\frac{1}{\text{s}}} \right] = \frac{\text{rad} * 1}{\text{s} * \text{s}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

¿Conocemos el tamaño que tiene la circunferencia de la Tierra?

¿Cómo se midió?

**Eratóstenes**

Filósofo, astrónomo, matemático y geógrafo griego que vivió en el siglo III a.c.

Fue el primero en medir la circunferencia de la tierra, obteniendo el dato de 39614 Km, el margen de error fue del 1% aunque la medida no fue exacta se aproximó a la que hoy en día se conoce que la longitud real es de 40008 Km.



**Recuerda:**

Hubo más de un método para medir el diámetro de la tierra.

**INVESTIGA**



¿Cuál fue el método que utilizó Eratóstenes para medir la circunferencia de la tierra?

¿Cuál fue el método que utilizó Arquímedes para medir la circunferencia de la tierra?

**EJERCITAMOS:**

- El lector del DVD gira a 15 R.P.S, se apaga por un corte eléctrico y se apaga 3 segundos. ¿Cuántas revoluciones realizó hasta ese momento?
- Un móvil recorre una circunferencia de 100m de diámetro cada 15 segundos comienza a disminuir su velocidad. ¿Calculemos la aceleración angular y la aceleración tangencial?
- ¿Cuál es la aceleración tangencial de un móvil que gira con MCUV, partiendo del reposo después de 7 segundos alcanza una velocidad de 0.8 m/s. Si el radio de trayectoria es de 0.3m?.
- Las ruedas de una bicicleta giran durante 25 minutos tiempo en el que Abel llega a la escuela. ¿Cuántas vueltas dio la rueda de la bicicleta en el trayecto de su casa a la escuela?
- Calculemos la aceleración angular que tiene un móvil que se mueve con un MCUV de una vuelta, con un radio de 3m aumentando su velocidad de 40 Km/s a 90 Km/s en 20 segundos.
- Un ventilador en época de verano gira a 35 R.P.S y se detiene a los 7 segundos de haberse puesto en marcha. ¿Cuántas revoluciones realizó hasta que se detuvo?

2. La turbina de 4 m de diámetro alcanza una velocidad de 3000 RPM, después de 20 segundos de haberse puesto en funcionamiento. Calculemos la aceleración angular y la aceleración tangencial.

**Datos:**

- D = 4 m
- $\omega = 300$  R.P.M
- t = 20 s
- $\alpha = ?$
- $a_t = ?$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{\omega_f}{t}$$

$$\alpha = \frac{100 \pi \text{ rad/s}}{40 \text{ s}}$$

$$\alpha = \frac{314 \text{ rad}}{40 \text{ s}^2}$$

$$\alpha = 7.85 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

**O.A.**

Realizamos la siguiente conversión

$$3000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} * \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} * \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 100 \frac{\pi \text{ rad}}{\text{s}}$$

De la formula

$$a_t = \alpha r$$

Sabemos que:  $r = \frac{D}{2}$   $a_t = 7.85 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} * \left(\frac{4 \text{ m}}{2}\right)$

$$a_t = 15.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Recordamos:

$$\frac{\frac{\pi \text{ rad}}{\text{s}}}{\frac{\text{s}}{1}} = \frac{\pi \text{ rad} * 1}{\text{s} * \text{s}} = \frac{\pi \text{ rad}}{\text{s}^2}$$

**c) Completamos el cuadro de datos**

	$\tau$	$\omega_f$		$\alpha$
rad	s		rad/s	

	$\tau$		$v_0$	
m		m/s		m/s <sup>2</sup>

**d) Completamos la fórmula**

1.  $a_t = \frac{v_f - v_0}{t}$

4.  $v_f^2 = v_0^2 + 2\alpha\theta$

2.  $\alpha = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{1}{2} \alpha t^2$

5.  $F_c = \frac{mv^2}{r}$

3.  $\omega = \frac{v}{r}$

6.  $a_c = \frac{v^2}{r}$

VALORACIÓN

¿Cómo vemos el MCUV en nuestro entorno?

a) Observa la imagen para motivar la reflexión, propiciando un espacio en la clase para que las y los estudiantes expresen sus opiniones.

Pedimos a los estudiantes que reflexionen sobre las siguientes preguntas:

- ¿Qué ocurre cuando estamos viajando y el auto frena de golpe?
- ¿Alguna vez pensamos en cómo y por qué nos balanceamos cuando el auto agarra una curva cerrada en carretera?
- ¿Por qué la ropa sale casi seca de la lavadora?
- ¿Qué tipo de movimiento realizan las agujas del reloj?
- ¿La licuadora realiza MCUV o MCU?

b) Con las preguntas planteadas y a su vez explicadas se da la oportunidad para que los estudiantes investiguen por su cuenta

¿Cuáles son las diferencias entre el MCU y el MCUV?



ELIJAMOS LA RESPUESTA CORRECTA

1. La unidad de medida de la aceleración angular:

- a)  $m/s$
- b)  $rad/s^2$
- c)  $rad$

2. La aceleración total es la resultante de la suma de:

- a)  $a = a_t^2 + a_c^2$
- b)  $a_T^2 = a + a_c^2$

3. ¿Cuál es la abreviatura del Movimiento circular uniformemente variado?

- a) **MUCV** b) **MCUV** c) **MCVU**

4. El movimiento es acelerado cuando aumenta la:

- a)  $a_T$  b)  $a_c$  c)  $a_t$

5. El símbolo  $\omega$  representa a la:

- a) Aceleración angular
- b) Velocidad angular
- c) Ángulo de giro

6. La aceleración tangencial se representa:

- a)  $a_T$  b)  $a_c$  c)  $a_t$

7. La expresión matemática de la velocidad angular es:

- a)  $\omega_f^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta$
- b)  $\omega = \frac{\theta}{t}$
- c)  $\alpha = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

PRODUCCIÓN



Experiencia práctica productiva

**Laboratorio:** Demostrando la existencia de la fuerza centrífuga

**Materiales:**

- 1 o 2 dos globos.
- 1 moneda (no importa el tamaño).

**Procedimiento:**

- Se procede a introducir la moneda al globo.
- Inflamos el globo de un tamaño mediano.
- Inflamos el otro globo más grande que el primer globo.
- Una vez que están atados procedemos a realizar giros haciendo que la moneda se mueva circularmente.
- Observemos y analicemos el fenómeno.

**Reflexión:**

Explicamos el fenómeno con nuestras palabras, proporcionando otros ejemplos de su diario vivir.

## BIBLIOGRAFÍA

- TIPLER, P. A.: "Física". Vol. I y II. Ed. Reverte, Barcelona.
- SERWAY, R. A. "Física". Tomo I y II.
- McGraw- Hill (2002). BURBANO DE ERCILLA, S. BURBANO, E., GRACIA, C. "Física General". Ed. Tébar.
- SEARS, F. W. ZEMANSKY, M. W. Y YOUNG, H. D. Física Universitaria. Addison-Wesley Iberoamericana.
- HERNANDEZ ALVARO y TOVAR PESCADOR: "Fundamentos de Física: Mecánica". Universidad de Jaén (2006).
- HERNANDEZ ALVARO y TOVAR PESCADOR: "Fundamentos de Física: Electricidad y Magnetismo" (2008). Universidad de Jaén.
- BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA ALONSO, M. y FINN, E.J. "Física". Addison-Wesley Iberoamericana Wilmington, Delaware.
- EISBERG, R.M. y LERNER, L.S. "Física: Fundamentos y Aplicaciones", Vols. I y II. McGraw Hill.
- GIANCOLI, D.C. "Física para las ciencias e ingeniería" (2 Tomos) Addison-Wesley. Problemas.
- BEISER, A. "Física Aplicada". McGraw-Hill. BUECHE, F. J. "Física General" 10ª ed. McGraw-Hill.
- BURBANO, S. BURBANO, E., GRACIA, C. "Problemas de Física". Ed. Tébar.
- DÍAZ CARRIL: "Física: Ejercicios explicados". Ediciones Júcar
- Pujro V., Samuel. (2012). Texto de Física Mecánica. Primera Edición. Universidad Mayor de San Andrés. La Paz- Bolivia.
- Alvarez A. & Huayta E. (2011). Física Mecánica. Quinta Edición. Universidad Mayor de San Andrés. La Paz- Bolivia.
- Quispe M. Marco (2014), Física quinto año de Educación Secundaria C.P., Ed. Watalo, La Paz Bolivia.
- Mendoza Jorge (2003) Física general, Lima Perú.



Equipo de redactores del texto de aprendizaje del **4TO AÑO DE ESCOLARIDAD** de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

#### **PRIMER TRIMESTRE**

**Biología – Geografía**  
Rolando Miranda Quispe

**Física**  
Miguel Angel Cayo Mendoza

**Química**  
Ruth Liz Aura Cuani Aguada

**Lengua Castellana**  
Yeny Aruquipa Saucedo

**Ciencias Sociales**  
Erick Eduardo Cutipa Garcia

**Matemática**  
Sergio Porfidio Mendoza Suarez

#### **SEGUNDO TRIMESTRE**

**Biología – Geografía**  
Romer Carmelo Pita Gomez

**Física**  
Ted Aderly Valdez Alvan

**Química**  
Freddy Francisco Bautista Mamani

**Lengua Castellana**  
Jazmin del Carmen Cañasto  
Quisbert

**Ciencias Sociales**  
Nilton Pizaya Blanco

**Matemática**  
Rolando Vicente Laura Valencia

#### **TERCER TRIMESTRE**

**Biología – Geografía**  
Ana Laura Rojas Paca

**Física**  
Rosario Alejandra León Vallejos

**Química**  
Juan Victor Mamani Yupanqui

**Lengua Castellana**  
Lidia Nina Cruz

**Ciencias Sociales**  
Erick Eduardo Cutipa Garcia

**Matemática**  
Wilson Quiroga Escobar

# Por una EDUCACIÓN de CALIDAD rumbo al BICENTENARIO

SUBSISTEMA DE EDUCACIÓN REGULAR - SECUNDARIA COMUNITARIA PRODUCTIVA



ESTADO PLURINACIONAL DE  
**BOLIVIA**

MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN