



ESTADO PLURINACIONAL DE
BOLIVIA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

4

SECUNDARIA

TEXTOS DE APRENDIZAJE 2023 - 2024



**SECUNDARIA COMUNITARIA PRODUCTIVA
ÁREA CIENCIAS NATURALES**

FÍSICA

SUBSISTEMA DE EDUCACIÓN REGULAR



Compendio para maestras y maestros - textos de aprendizaje 2023 - 2024
Educación secundaria comunitaria productiva
Documento oficial - 2023

Edgar Pary Chambi
MINISTRO DE EDUCACIÓN

Bartolomé Puma Velásquez
VICEMINISTRO DE EDUCACIÓN REGULAR

María Salomé Mamani Quispe
DIRECTORA GENERAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Equipo de redacción
Dirección General de Educación Secundaria

Coordinación general
Instituto de Investigaciones Pedagógicas Plurinacional

Índice

PRESENTACIÓN	1
CONOCE TU TEXTO	2

VIDA, TIERRA Y TERRITORIO



Ciencias Naturales: Física

Cuarto año

El movimiento como principio fundamental del universo y el cosmos.....	45
Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)	47
Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).....	50
Movimiento vertical como fenómeno Gravitacional.....	53
Movimiento parabólico.....	58
Movimiento circular uniforme (MCU)	64
Movimiento circular uniformemente variado (MVUV).....	68



PRESENTACIÓN

Estimadas maestras y maestros, el fortalecimiento de la calidad educativa es una de nuestras metas comunes que, como Estado y sociedad, nos hemos propuesto impulsar de manera integral para contribuir en la transformación social y el desarrollo de nuestro país. En este sentido, una de las acciones que vienen siendo impulsadas desde la gestión 2021, como política educativa, es la entrega de textos de aprendizaje a las y los estudiantes del Subsistema de Educación Regular, medida que, a partir de esta gestión, acompañamos con recursos de apoyo pedagógico para todas las maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional.

El texto de apoyo pedagógico, que presentamos en esta oportunidad, es una edición especial proveniente de los textos de aprendizaje oficiales. Estos textos, pensados inicialmente para las y los estudiantes, han sido ordenados por Áreas de Saberes y Conocimientos, manteniendo la organización y compaginación original de los textos de aprendizaje. Esta organización y secuencia permitirá a cada maestra y maestro, tener en un mismo texto todos los contenidos del Área, organizados por año de escolaridad, sin perder la referencia de los números de página que las y los estudiantes tienen en sus textos de aprendizaje.

Este recurso de apoyo pedagógico también tiene el propósito de acompañar la implementación del currículo actualizado, recalcando que los contenidos, actividades y orientaciones que se describen en este texto de apoyo, pueden ser complementados y fortalecidos con la experiencia de cada maestra y maestro, además de otras fuentes de consulta que aporten en la formación de las y los estudiantes.

Esperamos que esta versión de los textos de aprendizaje, organizados por área, sea un aporte a la labor docente.

Edgar Pary Chambi
MINISTRO DE EDUCACIÓN

"2023 AÑO DE LA JUVENTUD HACIA EL BICENTENARIO"

CONOCE TU TEXTO

En la organización de los contenidos encontraremos la siguiente iconografía:



Glosario

Aprendemos palabras y expresiones poco comunes y difíciles de comprender, dando uno o más significados y ejemplos. Su finalidad radica en que la o el lector comprenda algunos términos usados en la lectura del texto, además de ampliar el léxico.

Glosario

Investiga

Somos invitados a profundizar o ampliar un contenido a partir de la exploración de definiciones, conceptos, teorías u otros, además de clasificar y caracterizar el objeto de investigación, a través de fuentes primarias y secundarias. Su objetivo es generar conocimiento en las diferentes áreas, promoviendo habilidades de investigación.



Investiga



¿Sabías que...?



Nos muestra información novedosa, relevante e interesante, sobre aspectos relacionados al contenido a través de la curiosidad, fomentando el desarrollo de nuestras habilidades investigativas y de apropiación de contenidos. Tiene el propósito de promover la investigación por cuenta propia.

¿Sabías que...?

Noticiencia

Nos permite conocer información actual, veraz y relevante sobre acontecimientos relacionados con las ciencias exactas como la Física, Química, Matemática, Biología, Ciencias Naturales y Técnica Tecnológica General. Tiene la finalidad de acercarnos a la lectura de noticias, artículos, ensayos e investigaciones de carácter científico y tecnológico.



Noticiencia



Escanea el QR



Para ampliar el contenido

Es un QR que nos invita a conocer temáticas complementarias a los contenidos desarrollados, puedes encontrar videos, audios, imágenes y otros. Corresponde a maestras y maestros motivar al estudio del contenido vinculado al QR; de lo contrario, debe explicar y profundizar el tema a fin de no omitir tal contenido.

Aprende haciendo

Nos invita a realizar actividades de experimentación, experiencia y contacto con el entorno social en el que nos desenvolvemos, desde el aula, casa u otro espacio, en las diferentes áreas de saberes y conocimientos. Su objetivo es consolidar la información desarrollada a través de acciones prácticas.



Aprende haciendo



Desafío

Nos motiva a realizar actividades mediante habilidades y estrategias propias, bajo consignas concretas y precisas. Su objetivo es fomentar la autonomía y la disciplina personal.

Desafío

Realicemos el taller práctico para el fortalecimiento de la lecto escritura.



¡Taller de Ortografía!



¡Taller de Caligrafía!



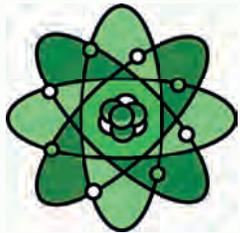
¡Razonamiento Verbal!

4

SECUNDARIA

ÁREA
CIENCIAS NATURALES
FÍSICA





VIDA TIERRA Y TERRITORIO

Física

EL MOVIMIENTO COMO PRINCIPIO FUNDAMENTAL DEL UNIVERSO Y EL COSMOS



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Elaboremos una maqueta:



Escanea el QR



Experimento MRUV

¿Qué necesitamos?

- Un tablero de 30 x 30 cm
 - Cartón en los cuales realizamos pliegues para que pueda ser acanalada.
- A continuación, pegamos los trozos de cartón (20cm de largo) que tengan una inclinación de 5° respecto a la horizontal.

Para finalizar, dejamos rodar una canica desde la parte superior y observamos como la misma llega hasta el final del recorrido.



¡CONTINUAMOS CON LA TEORÍA!

1. El movimiento

En física se entiende por movimiento al cambio de posición que experimenta un cuerpo en el espacio mientras transcurre el tiempo. Todo movimiento depende del sistema de referencia desde el cual se lo estudia.

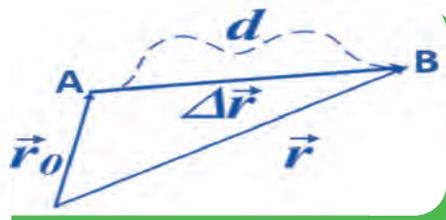
2. Elementos del movimiento: posición, trayectoria, desplazamiento

2.1. Posición

La posición es el lugar que se encuentra la partícula en un determinado tiempo y espacio. En la gráfica se observa como posición inicial y posición final.

2.2. Trayectoria

La trayectoria es el conjunto de puntos en línea recta o curva que recorre un cuerpo u objeto al momento de realizar un movimiento. En la gráfica observamos la línea curva segmentada.



2.3. Desplazamiento

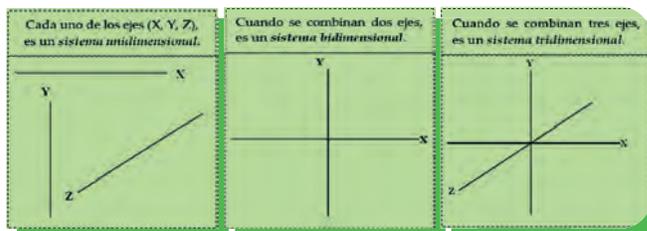
El vector de desplazamiento es aquel que define la posición del objeto desde un punto inicial hasta un punto final. En la gráfica se la observa como el vector que inicia en el punto y concluye con la punta de la flecha.

3. Sistemas de referencia

De los diversos tipos de sistemas de referencia, los más conocidos son:

Sistema Temporal: Este sistema se basa en el tiempo, como por ejemplo las fechas, que nos permiten identificar el instante en que se produjo un determinado fenómeno o acontecimiento.

Sistema Coordenado: Este sistema nos permite ubicar la posición de un cuerpo en un determinado eje o ejes coordenados. De los sistemas coordenados el más conocido es el sistema de coordenadas rectangulares.



En la imagen se puede analizar desde dos puntos de referencia:

- Para la persona "A" que deja caer la pelota, esta describe solo una trayectoria vertical.
- Para un observador externo "B", la pelota describe una trayectoria parabólica.

4. Distancia y desplazamiento

La distancia es la longitud que un objeto se mueve a lo largo de una trayectoria. El desplazamiento es el cambio de posición que experimenta un objeto.

5. Rapidez y velocidad

5.1. Rapidez

Se puede definir como la relación que existe entre la distancia recorrida por un cuerpo en movimiento y el tiempo empleado en realizar el trayecto.

5.2. Velocidad

Es un vector que expresa el desplazamiento recorrido por un objeto en una unidad de tiempo, determinando la dirección del movimiento. Su unidad en el S.I. es metros por segundo (m/s).



¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Comúnmente una de los lados de una cuadra miden aproximadamente 100 m. Considerando esto, observemos en la figura que la distancia de la Plaza "Principal" de Cochabamba a la puerta principal de la Universidad Mayor de San Simón, es la suma del vector verde, de módulo 600 m y del vector azul, de módulo 100 m, dando un total de 700 m.

Pero si queremos calcular el desplazamiento, debemos conocer el módulo, la dirección y el sentido del vector rojo, cuyos valores son: 608,28 m con 9,5° al Sur del Oeste.



Reflexionamos sobre la importancia de identificar las magnitudes escalares y las magnitudes vectoriales, en función de la matemática que se debe aplicar en cada caso.



¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA

Accedemos al simulador mediante el QR, para ver la diferencia entre un movimiento rectilíneo sin aceleración y con aceleración, en función de los datos que aparecen en la tabla, cuando se presiona el botón de comenzar.

Modificamos los valores de la velocidad inicial, la posición inicial y la aceleración. Registramos los datos generados.

Elaboramos un informe.

Movimiento rectilíneo uniforme

t (s)	0.0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
x (m)	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
v (m/s)	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-



Escanea el QR



Simulador MRU



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

Contruimos un móvil

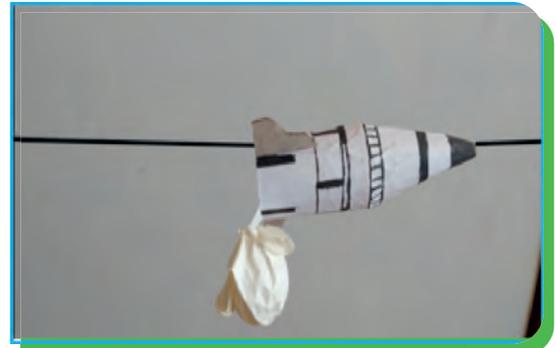
¿Qué necesitamos?

Base de cartón, una cuerda, un hilo y un globo.

Procedimiento

- Atravesamos el móvil por la cuerda.
- Pegamos el globo al móvil con dirección de la boquilla a la parte trasera del móvil.
- Inflamos el móvil y observamos que ocurre.

En nuestro cuaderno registramos como realizamos el proceso.



¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Características del MRU

Es aquel movimiento con velocidad constante y cuya trayectoria es una línea recta, dado que su aceleración es nula. Esto implica que:

- El espacio recorrido es igual que el desplazamiento.
- En tiempos iguales se recorren distancias iguales.
- La rapidez es siempre constante y coincide con el módulo de la velocidad.

2. Modelo matemático (ecuaciones)

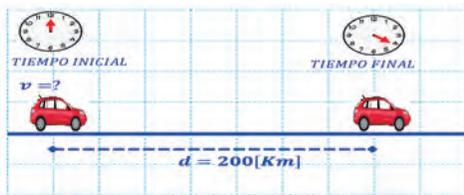
La ecuación que describe el movimiento rectilíneo uniforme tiene que ver con el desplazamiento (d) que efectúa el móvil, el tiempo (t) que utiliza para dicho desplazamiento y la velocidad que emplea. El MRU es un tipo de movimiento bastante sencillo, la ecuación que se rige está dada por:

FORMA ESCALAR	FORMA VECTORIAL
$d = v \Delta t$	$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}(t - t_0)$
Donde: d es la distancia. v es la rapidez media Δt es la variación del tiempo $\Delta t = t - t_0$	Donde: \vec{x} es la posición final \vec{x}_0 es la posición inicial \vec{v} es la velocidad media $\Delta t = t - t_0$ es la variación del tiempo

Analizando la forma vectorial, desde el punto de vista matemático, tenemos una función lineal, donde: x es la variable dependiente, x_0 es una constante que representa la diferencia respecto del origen de las ordenadas, v es la pendiente, t es la variable independiente y t_0 es el valor inicial de la variable independiente (comúnmente se le asigna el valor de 0) y también es una constante.

Ejemplo 1

Un móvil que recorre 200 [Km] en un tiempo de 4 horas ¿Cuál será su velocidad móvil?



Datos:
 $d=200[\text{Km}]$
 $t= 4[\text{h}]$
 $v=?$
 De la formula se tiene:
 $v=d/t$
 Reemplazando datos se tiene:
 $v=200[\text{Km}]/4[\text{h}]$
 $v=50[\text{Km/h}]$

Ejemplo 2

Calcula la velocidad de una flota que viaja con M.R.U. desde La Paz Hasta Oruro con una velocidad de 75[km/h] en un tiempo de 3 horas. Determinar el desplazamiento recorrido por la flota.

Datos:

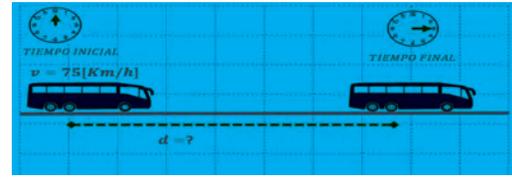
$d=?$
 $t= 3[h]$
 $v=75[Km/h]$

De la formula se tiene:
 $d=vt$

Reemplazando datos se tiene:

$$d = 75 \left[\frac{Km}{h} \right] 3[h]$$

Simplificando h se tiene:
 $d=225[Km]$

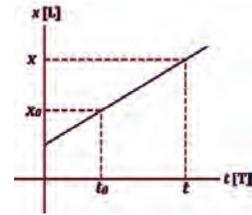


3. Representaciones gráficas del MRU

3.1. Gráfica posición en función del tiempo (x Vs t)

Al ser una función lineal, la gráfica es una recta inclinada, donde la pendiente es la velocidad

$$\vec{v} = \frac{\vec{x} - \vec{x}_0}{t - t_0}$$

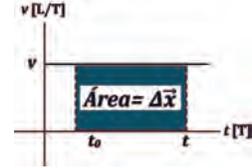


3.2. Gráfica de la velocidad en función del tiempo (v Vs t)

El área que se encuentra bajo la recta es el desplazamiento

$$\Delta \vec{x} = \vec{v}(t - t_0)$$

$$\Delta \vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_0$$



4. Tiempo de encuentro y de alcance en el MRU

4.1. Tiempo de encuentro en el MRU

Si dos móviles A y B están separados una distancia de separación d_s con velocidades v_A y v_B opuestas en sentido y parten uno al encuentro del otro, entonces:

De la gráfica $d_A + d_B = d_s$ [1]

Sabiendo que:

$d = v t$, para d_A y d_B y sabiendo que partieron simultáneamente, el tiempo empleado por ambos móviles es t_e

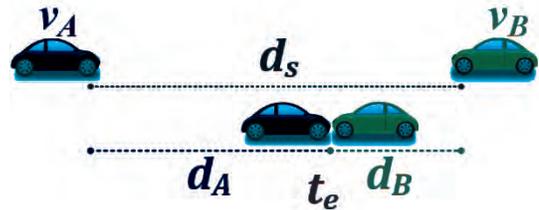
Sustituyendo en [1] $v_A t_e + v_B t_e = d_s$

Factorizando $t_e (v_A + v_B) = d_s$

Despejando, entonces la ecuación del tiempo de encuentro es:

$$t_e = \frac{d_s}{v_A + v_B}$$

La ecuación del tiempo de encuentro se aplica para dos móviles que se encuentran en sentidos opuestos y que parten simultáneamente.



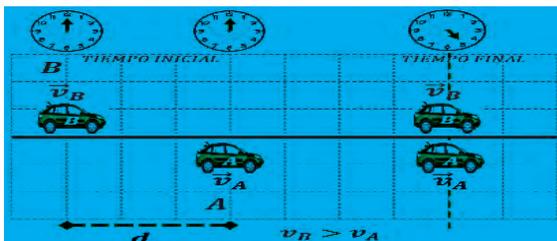
4.2. Tiempo de alcance en el MRU

El tiempo de alcance entre dos móviles con MRU, se produce con dos móviles que van sobre la misma recta y en el mismo sentido. La condición importante es que el móvil que va detrás tenga mayor rapidez que el que va adelante, para poder alcanzarlo.

Cuando los dos móviles (A y B) parten simultáneamente, la ecuación del tiempo de alcance t_a es:

$$t_a = \frac{d}{v_B - v_A}$$

Donde: $v_B > v_A$



5. Aplicación del MRU en la vida cotidiana

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU) es uno de los temas que trata la física mecánica, más específicamente, la cinemática. Este contenido es importante porque nos ayuda a comprender y describir el comportamiento de los cuerpos que se mueven (móviles) en línea recta y con velocidad constante.

Este movimiento lo podemos encontrar por momentos, de forma aproximada en la naturaleza, como por ejemplo un haz luminoso que viene desde el sol hasta la tierra también se denota una gota de agua que cae de una nube y alcanza la velocidad límite, el movimiento de un tren que va en línea recta, el movimiento de un coche en una carretera recta que va a una velocidad invariable, el caminar de una persona que no acelera ni desacelera y va por una calle recta.



¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

El teleférico en la ciudad de La Paz cumple una función muy importante como ser del transporte público; el teleférico paceño presenta un movimiento rectilíneo uniforme a razón de 6[m/s] , exceptuando los puntos de parada.



Investiga

¿Como funciona el teleférico?



¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA

Taller: Movimiento rectilíneo uniforme en la vida comunitaria

Coordinamos la actividad con la maestra o maestro de Educación Física, para calcular la rapidez media y promedio de los varones y mujeres del curso.

- Seleccionamos a los representantes de varones y mujeres. Mínimo 5.
- Marcamos y medimos en la cancha de la institución, una determinada distancia en línea recta. Registramos la medida en metros.
- Preparamos los cronómetros (de relojes o celulares) y practicamos su uso.
- Preparamos una tabla para el registro de la distancia recorrida, el tiempo empleado, la rapidez media de cada participante y la rapidez promedio de todos los participantes de cada género.
- Se preparan quienes correrán la distancia marcada y se registrarán por lo menos 5 medidas del tiempo empleado por cada uno de ellos/as. Sólo se registrará en la tabla, el tiempo promedio de cada participante.
- Finalmente calculamos la rapidez media de cada participante y luego se calculará la rapidez promedio, en función de los 5 valores de rapidez media.



En nuestro cuaderno respondemos las siguientes preguntas:

¿Cuál es la diferencia entre la rapidez promedio de cada género?

Indagando la rapidez media en carreras individuales de los récords mundiales, ¿cuán alejados estamos de estos valores en cada género?

¿En qué actividades deportivas destacamos los bolivianos, por género?

Estudiante	Distancia [m]	Tiempo promedio [s]	Rapidez media [m/s]	Rapidez promedio [m/s]
1				
2				
3				
4				
5				

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Elaboramos una rampa, como muestra la figura.

- Puede ser elaborado con madera, cartón, plástico.
- Realicemos elevaciones con ángulos de 5°, 10°, 15° para realizar pruebas de movimientos de cuerpos (esferas, móviles).



¡CONTINUAMOS CON LA TEORÍA!

1. Características del MRUV

- La trayectoria recorrida tiene la forma de una línea recta.
- El módulo de la velocidad varía, ya sea aumentando o disminuyendo uniformemente mientras transcurre el tiempo.
- La aceleración es constante en todo momento, mantiene su módulo y dirección.
- La aceleración instantánea es igual a la aceleración media del móvil.
- En movimiento acelerado, la velocidad y distancia recorrida es cada vez mayor, conforme pasa el tiempo.
- En movimiento desacelerado, la velocidad del móvil y la distancia que recorre es cada vez menor conforme pasa el tiempo y tienden a cero.
- En MRUV siempre existe una diferencia entre la velocidad inicial y la velocidad final del móvil.

2. Aceleración y desaceleración

Si un móvil sufre de cambios de velocidad al transcurrir tiempo mientras el mismo cambia de posición se habla de aceleración y desaceleración. La aceleración produce un incremento de la velocidad y la desaceleración, disminuye la velocidad y esto depende de los sentidos de ambas magnitudes, en el primer caso tienen el mismo sentido y en el segundo caso, sentidos opuestos. En el MRUV, la dirección de la aceleración y velocidad es la misma.

3. Modelos matemáticos (ecuaciones)

Existe un grupo de fórmulas que se aplican en la solución de ejercicios sobre el movimiento rectilíneo uniforme variado; estas ecuaciones están referidas a la velocidad final y al desplazamiento recorrido por el móvil.

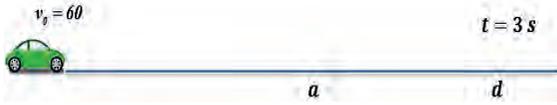
En las ecuaciones mencionadas a continuación se indica el uso de signos en la forma escalar y en la forma vectorial, el análisis de cada signo se realiza en función del sentido de las magnitudes vectoriales :

\vec{x} , \vec{x}_0 (posición final e inicial), \vec{v} , \vec{v}_0 (velocidad final e inicial) y \vec{a} (aceleración).

ESCALAR	VECTORIAL
$d = v_i t \pm \frac{a t^2}{2}$ $v = v_0 \pm a t$	Ecuación de la posición en función del tiempo: $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{\vec{a}(t - t_0)^2}{2}$
$v^2 = v_0^2 \pm 2 a d$ $d = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right) t$	Ecuación de la velocidad en función del tiempo: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$
v y v_0 : rapidez final e inicial \pm : +si acelera - si desacelera	Ecuaciones auxiliares que se obtienen al combinar las dos primeras $\vec{v}^2 = \vec{v}_0^2 + 2 \vec{a} (\vec{x} - \vec{x}_0)$ $\vec{x} = \vec{x}_0 + \left(\frac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2}\right) (t - t_0)$

Ejemplo

En una prueba de frenado, un vehículo que viaja a 60 km/h se detiene en un tiempo de 3 s ¿Cuáles fueron la aceleración y la distancia de frenado?



Los datos se observan en el gráfico y la velocidad final es cero.

Primero cambiamos las unidades de la v_0 .

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para el cálculo de la aceleración empleamos la ecuación de la velocidad en función del tiempo.

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = v_0 - a \cdot t$$

Despejando la aceleración y sustituyendo valores:

$$a = \frac{v_0}{t} = \frac{16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = \underline{5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Para el cálculo de la distancia, usamos la ecuación de la distancia en función del tiempo.

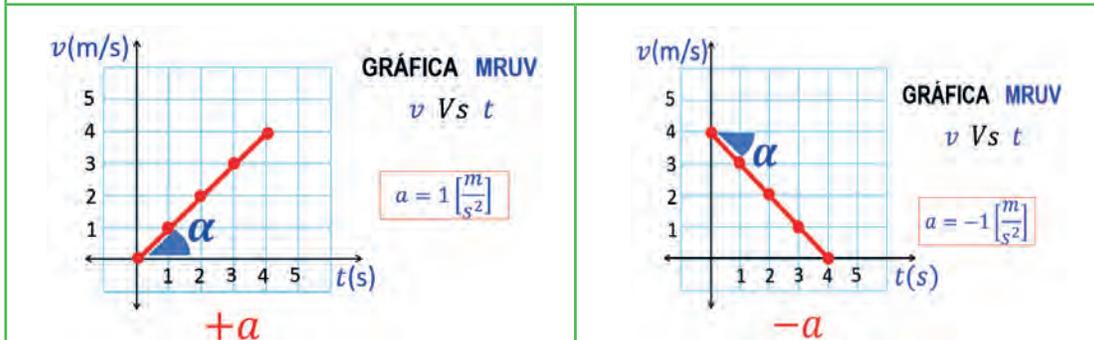
$$d = v_i t \pm \frac{a \cdot t^2}{2} = 16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} 3 \text{ s} - \frac{5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (3 \text{ s})^2}{2}$$

$$d = \underline{25 \text{ m}}$$

4. Representaciones graficas del MRUV ($v-t$; $x-t$; $a-t$)

4.1. Graficas del MRUV ($v-t$)

La gráfica velocidad-tiempo ($v-t$) de un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) representa en el eje horizontal (eje x) el tiempo y en el eje vertical (eje y) la velocidad. Observa como la velocidad aumenta o disminuye de manera uniforme con el paso del tiempo. Esto se debe a la acción de la aceleración. De nuevo, podemos distinguir dos casos:



A partir del ángulo α puedes obtener la aceleración. Recuerda para ello que, en un triángulo rectángulo se define la tangente de uno de sus ángulos como el cateto opuesto partido la hipotenusa. El valor de la pendiente es la propia aceleración. Por tanto, a mayor pendiente de la recta, mayor aceleración posee el cuerpo.

4.2. Graficas del MRUV ($x-t$)

La gráfica posición-tiempo ($x-t$) de un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) representa en el eje horizontal (eje x) el tiempo y en el eje vertical (eje y) la posición. Observa como la posición aumenta o disminuye de manera no uniforme con el paso del tiempo. Esto se debe a que, a medida que este pasa, el módulo de la velocidad varía. Podemos distinguir dos casos, cuando la aceleración es positiva o negativa:



Se trata de aceleración

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

t	0	1	2	3	4
x	0	0,5	2	4,5	8

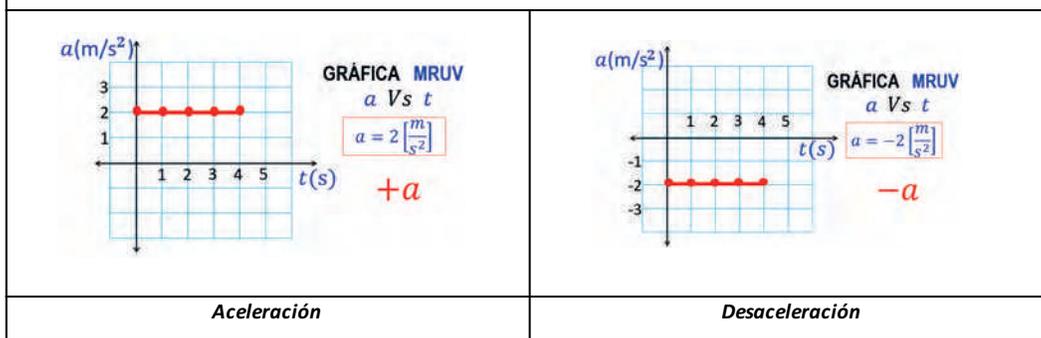
Se trata de una desaceleración

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$$

t	0	1	2	3	4
x	0	3,5	6	7,5	8

4.3. Graficas del MRUV (a- t)

La gráfica aceleración-tiempo (a-t) de un movimiento rectilíneo uniformemente variado muestra que la aceleración permanece constante a lo largo del tiempo. Se trata de la aceleración media, que en el caso de M.R.U.A. coincide con la aceleración instantánea. De nuevo, podemos distinguir dos casos:

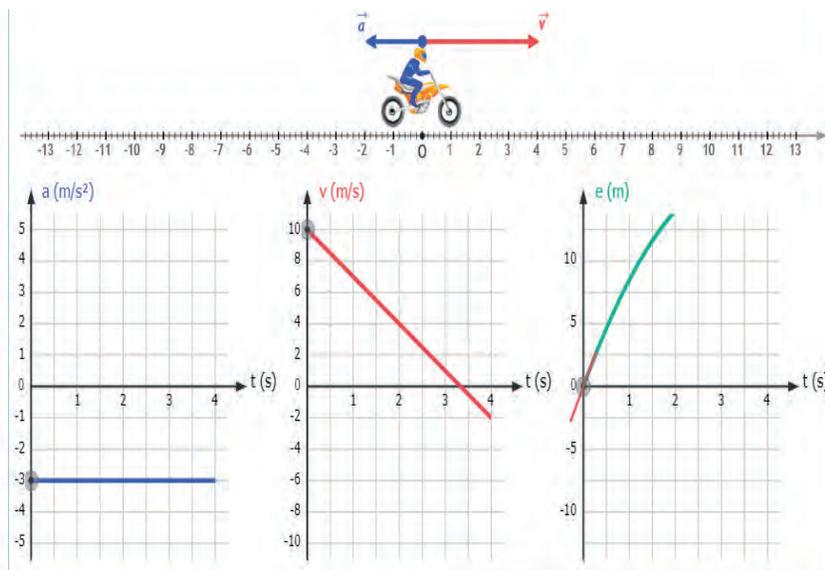


4.4. Aplicación del MRUV en la vida cotidiana

Conocer el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es importante puesto que el mismo demuestra el cambio de velocidades que se puede generar por distintos móviles. Podemos mencionar: Un coche de carrera que acelera desde cero, lanzar un objeto hacia arriba (tiro vertical), dejar caer una piedra desde cierta altura (caída libre), una camioneta en movimiento, que frena para desacelerar hasta quedar en estado de reposo, un avión que aumenta su velocidad progresivamente.



¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!



Apreciemos el movimiento rectilíneo uniforme variado (MRUV) desde un simulador.

Cuando modifiquemos la velocidad y aceleración del móvil, se podrá observar las gráficas correspondientes.



Escanea el QR



Simulador de cinemática

$t = 0.0 \text{ s}$
 $e = e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0.0 \text{ m}$
 $v = v_0 + a \cdot t = 10.0 \text{ m/s}$
 $a = -3.0 \text{ m/s}^2$

Reflexionemos y respondamos en nuestro cuaderno las siguientes preguntas:

- ¿Eres consciente de la contaminación que producen los automóviles?
- ¿Consideras importante utilizar medios alternativos de transporte para evitar la contaminación producida por dichos automóviles?
- ¿Qué sabes acerca de los automóviles eléctricos fabricados en Bolivia?





¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!



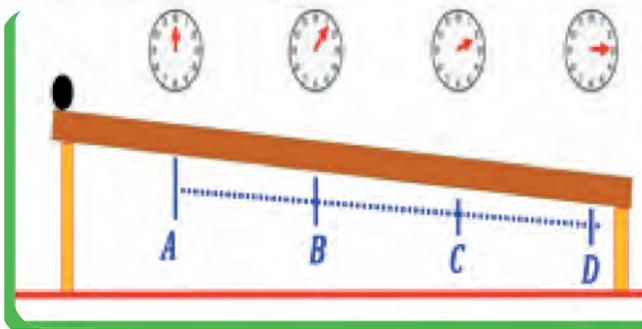
Desafío

Observemos la imagen y elaboramos un móvil que use el aire como propulsor.

EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA

Laboratorio: Movimiento rectilíneo uniformemente variado (Estudio de las variables del movimiento)

- Se arma el sistema con una inclinación de 5°
- Para ello se necesita un riel acanalado cronómetro y cinta métrica para medir las distancias.
- Dejamos rodar la esfera por el riel y contabilizamos el tiempo.



TRAMO	A-B	A-C	A-D
Distancia [cm]			
t1 [s]			
t2 [s]			
t3 [s]			
t promedio [s]			
Aceleración [cm/s ²]			

MOVIMIENTO VERTICAL COMO FENÓMENO GRAVITACIONAL



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!



Escanea el QR



Newton, Galileo y la manzana

- ¿Qué cae primero?
- ¿Qué necesitamos?
- 3 hojas de papel (en desuso) del mismo tamaño
- ¿Cómo realizamos la experiencia?



- La primera hoja la dejamos caer desde una altura determinada.
- La segunda hoja la convertimos de tal forma que se parezca a una esfera y conjuntamente dejamos caer la primera hoja y la segunda.
- La tercera hoja realice un modelo de un avión
- Lance la segunda hoja, así como el avión de papel en forma horizontal

Respondemos en nuestros cuadernos las siguientes preguntas:

- ¿Cómo fue el movimiento de la primera hoja?
- ¿Entre la segunda hoja y la primera hoja cuál de ellas tocó primero el piso? ¿por qué crees que sucedió así?
- ¿Entre la segunda hoja y la tercera cuál de ellas se mantuvo más tiempo en el aire? ¿por qué crees que sucedió así?



¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Características del movimiento vertical

- La resistencia del aire como despreciable.
- La altura máxima alcanzada es suficientemente pequeña como para despreciar la variación de la aceleración de la gravedad.
- La velocidad máxima alcanzada por el cuerpo es suficientemente pequeña para despreciar la resistencia del aire.
- La altura alcanzada es suficientemente pequeña para considerar un campo gravitatorio homogéneo y uniforme.

2. La aceleración de la gravedad

La fuerza de gravedad es una fuerza instantánea, es decir, un cuerpo sufre la atracción hacia otro cuerpo, además actúa a distancia, sin que haya contacto entre los cuerpos.

La atracción gravitatoria que ejerce nuestro planeta sobre los cuerpos hace que aceleren cuando estos son dejados en libertad con dirección a hacia el centro de nuestro planeta; esta aceleración a causa de la fuerza de atracción universal de Newton se conoce como "aceleración de la gravedad"; la aceleración que los cuerpos toman al estar sujetos a fuerzas gravitatorias está dado por:

 <p>Constante de gravitación universal</p> $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{Kg^2}$ <p>Masa de nuestro planeta Tierra</p> $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} Kg$ <p>Radio de nuestro planeta a nivel del Ecuador:</p> $R = 6,378 \cdot 10^6 Kg$ <p>m: masa del cuerpo</p>	<p>Fuerza de Atracción Universal:</p> $F = G \frac{M_T m}{R^2}$ <p>Si: $F = ma$</p> <p>Entonces se tiene:</p> $ma = G \frac{M_T m}{R^2}$ <p>Despejando "a"</p> $a = G \frac{M_T}{R^2};$ <p>si: $g = a$</p>	<p>Reemplazando $g = a$</p> $g = G \frac{M_T}{R^2}$ <p>Reemplazando valores, se tiene:</p> $g = 6.673 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{Kg^2} * \frac{5,98 \cdot 10^{24} Kg}{(6,378 \cdot 10^6 m)^2}$ $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ $g = 32 \frac{pies}{s^2}$ <p>Se conoce como la aceleración de la gravedad promedio; ya que su valor cambia a causa del radio (R), existen variados valores; pero trabajaremos con el valor promedio de:</p> $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$
--	--	---

3. Modelos matemáticos (ecuaciones)

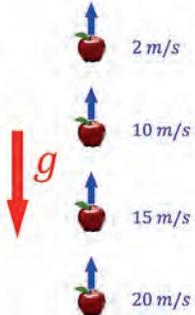
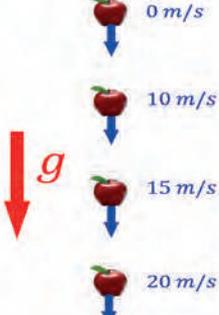
 <p>SUBIDA (DESACELERA)</p>	<p>v_f: velocidad final [m/s] v_0: velocidad inicial [m/s] t: tiempo empleado [s] h: altura [m]</p> <p>Movimiento hacia arriba</p> $v_f = v_0 - gt$ $v_f^2 = v_0^2 - 2gh$ $h = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$	 <p>BAJADA (ACELERA)</p>	<p>v_f: velocidad final [m/s] v_0: velocidad inicial [m/s] t: tiempo empleado [s] h: altura [m]</p> <p>Movimiento hacia abajo</p> $v_f = v_0 + gt$ $v_f^2 = v_0^2 + 2gh$ $h = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$
---	---	---	--

Diagram illustrating the motion of a ball thrown upwards. The ball follows a parabolic path. Velocity vectors are shown at various points: v_1 (initial upward velocity), v_2 , v_3 , v_4 (at the peak), v_5 , v_6 , and v_7 (final downward velocity). Acceleration g is shown as a downward arrow.

When a body is launched upwards, it experiences deceleration until its velocity reaches zero and then increases downwards. 'subida' = 'bajada'

$v_1 = v_7$
 $v_2 = v_6$
 $v_3 = v_5$

Time of flight is the time a body remains in the air; according to our graph, the time of flight will be: 'vuelo' = 'subida' + 'bajada'

Problemas resueltos

Ejemplo 1

<p>¿Cuál es la profundidad del pozo? Si desde el borde del pozo se deja caer una moneda y toca el fondo luego de 4 segundos.</p> <p>Datos</p> <p>$h = ?$ $t = 4s$ $v_0 = 0$ $g = 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$</p>		<p>Solución</p> <p>tiempo empleado es de: $t=4[s]$</p> <p>Como se deja caer la moneda su velocidad inicial es: $v_0 = 0$</p> <p>Como el movimiento es hacia abajo formula será:</p> $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ <p>La misma cumple ya que tenemos todas las variables, reemplazando datos se tiene:</p> $h = 0 * 4[s] + \frac{1}{2} * 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] (4[s])^2$ $h = \frac{1}{2} * 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] 16[s]^2$ $h = \frac{1}{2} * 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] 16[s]^2$ $h = 78,48 \left[\frac{m}{s^2} * s^2 \right]$ <p>Entonces la profundidad del pozo es:</p> $h = 78,48[m]$
---	--	--

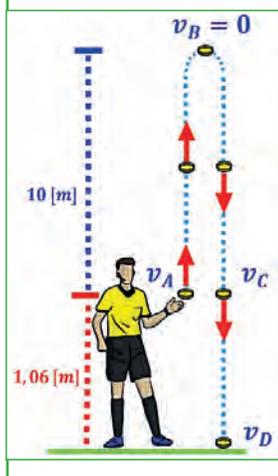
Ejemplo 2

<p>En un partido de futbol. El árbitro lanza una moneda en forma vertical. Muchas personas del público indicaron que moneda debió alcanzar los 10[m] de altura. (vamos a suponer que la medida empieza desde la altura de la cintura del árbitro)</p> <p>Determinar el tiempo que necesito la moneda para llegar a esa altura.</p> <p>Datos</p> <p>$h = 10 m$ $t = ?$ $v_0 = ?$ $v_f = 0$ $g = 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$</p>		<p>Solución</p> <p>Como el movimiento es hacia arriba las fórmulas serán:</p> $v_f = v_0 - g t \quad (1)$ $v_f^2 = v_0^2 - 2gh \quad (2)$ $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3)$ <p>La que podemos usar (2) y luego (1)</p> $v_f^2 = v_0^2 - 2gh$ <p>Cuando alcanza los 10[m] su $v_f = 0$</p> $0 = v_0^2 - 2gh$ $v_0^2 = 2gh$ $v_0^2 = 2 * 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] * 10[m]$ $v_0 = \sqrt{196,2 \left[\frac{m * s^2}{s^2} \right]}$ $v_0 = 14 \left[\frac{m}{s} \right]$ <p>Ahora determinaremos el tiempo</p> $v_f = v_0 - g t$ $0 = v_0 - g t$ $v_0 = g t$ $t = \frac{v_0}{g} = \frac{14 \left[\frac{m}{s} \right]}{9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right]} = 1,43 \left[\frac{m * s^2}{m * s} \right]$ $t = 1,43[s]$
---	--	---

Ejemplo3

Del partido futbol donde el árbitro lanzó una moneda hasta que alcance los 10[m] de altura (según los espectadores) ¿Cuál será el tiempo empleado para que dicha moneda toque el piso? suponiendo que la altura desde lanzo hacia arriba es de 1.06[m]

Datos
 $h_1 = 10 \text{ m}$
 $h_2 = 1,06 \text{ r}$
 $t_v = ?$
 $v_0 = 14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
 $v_f = 0$
 $g = 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$



Solución

Para el trayecto de subida, que está resuelto en el anterior ejemplo se tiene:

$$v_0 = 14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]; t_s = 1,43[\text{s}]$$

Para el trayecto de bajada se tiene:

$$v_B = v_0 = 0 \text{ ya que la moneda cae}$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$v_f^2 = 0 + 2gh$$

$$v_f^2 = 2 * 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] * 10[\text{m}]$$

$$\rightarrow v_f = 14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = v_C$$

Determinando el tiempo

$$v_f = v_0 + gt \rightarrow v_f = 0 + gt$$

$$t = \frac{v_f}{g} = \frac{v_f = 14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]}$$

$$t_B = 1,43[\text{s}]$$

De nuestra gráfica se puede indicar:

$$v_C = v_A; t_s = t_B$$

Para nuestro último trayecto se tiene:

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$1,06[\text{m}] = 14 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] t + \frac{1}{2} 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] t^2$$

¡Ecuación de segundo grado!

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$4,905 t^2 + 14 t - 1,06 = 0$$

$$t = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 * 4,905 * (-1,06)}}{2(4,905)} = \frac{-14 \pm 14,724}{9,81}$$

$$t_1 = \frac{-14 + 14,724}{9,81} = 0,07[\text{s}]$$

$$t_2 = \frac{-14 - 14,724}{9,81} = -2,93[\text{s}]$$

El valor que tomaremos será el positivo, ósea:

$$t_1 = 0,07[\text{s}]$$

Así tenemos que el tiempo de bajada total será:

$$t_B = 1,43[\text{s}] + 0,07[\text{s}] = 1,5[\text{s}]$$

Ahora el tiempo de vuelo:

$$t_v = t_s + t_B$$

$$t_v = 1,43[\text{s}] + 1,5[\text{s}]$$

$$t_v = 2,93[\text{s}]$$

El tiempo total que permanece en el aire la moneda es de:

$$t_v = 2,93[\text{s}]$$

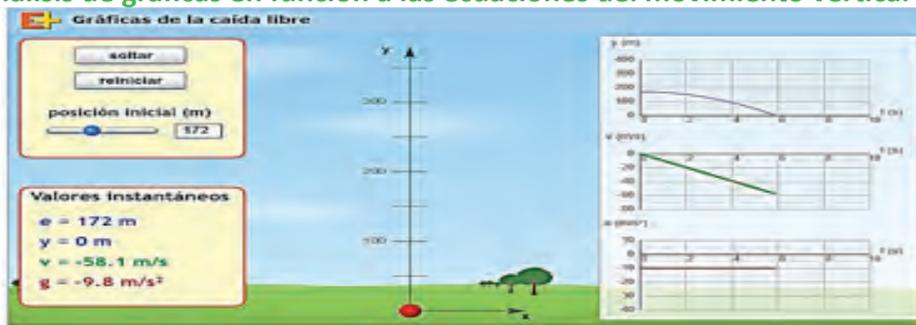


Escanea el QR



Análisis de gráficas en función a las ecuaciones del movimiento vertical.

4. Análisis de gráficas en función a las ecuaciones del movimiento vertical



5. PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1

Javier deja caer una piedra, desde el Puente Fiscalco que es el puente más alto de Bolivia tiene una altura de 143[m] y 322[m] de largo. Determinar

- a) La velocidad de la piedra con la que tocará el agua.
- b) El tiempo que tardará en tocar el agua.

Problema 3

¿Desde qué altura se debe dejar caer una pelota de futbol para que al golpear el suelo lo realice con una velocidad de 3[m/s]?

¿Cuál será el tiempo empleado por la pelota para tocar el suelo?

Problema 2

La "Casa Grande del Pueblo" que se encuentra en la ciudad de La Paz es una de las edificaciones que tiene más altura ocupando el octavo con sus 120[m] de altura suponiendo que se deja caer una moneda desde la cima de la edificación. Determinar:

- a) el tiempo que tarda en llegar al suelo.
- b) la rapidez con que llega al suelo.
- c) al cabo de 0,3 segundos ¿a qué altura respecto del suelo se encontrará?

Problema 4

¿Qué velocidad debe adquirir la moneda para que pueda llegar hasta la cima del "Condominio La Casona"; si es lanzada desde la base de la edificación? La edificación se localiza en la ciudad de Santa Cruz y tiene una altura de 127[m]

¿Cuál será el tiempo de vuelo de la moneda si esta retorna a la base del edificio?



¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Aplicación en la vida cotidiana alimentos empacados al vacío

Al vacío

Al vacío, no solo favorece a que los cuerpos caigan al mismo tiempo sino que es la tendencia de empaque inteligente, es una de las innovaciones más funcionales en temas de conservación, ya que el objetivo principal de esta técnica es alargar la vida útil, evitar la proliferación de microorganismos y mantener las características organolépticas, es decir cualidades de sabor, color, textura y apariencia de los productos, gracias a la eliminación total del aire dentro del envase, sin que sea remplazado por otro gas, con lo que aumenta el vacío y se produce un aumento en la concentración de dióxido de carbono y vapor de agua.



Alimentos empacados al vacío rescatado de: <https://www.consumiblestpv.com/envasado-al-vacio-como-funciona-interesa>



¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Realicemos las siguientes actividades en nuestro cuaderno

1. Un libro y un papel que se encuentran al mismo nivel dejémoslos caer al mismo tiempo (las áreas del papel y el libro deben ser iguales) ¿cuál de los dos objetos toca el suelo primero? ¿por qué?
2. Ahora sobre el libro coloquemos el papel y dejémoslo caer ¿Qué sucedió? ¿a qué se debe lo sucedido?
3. Elabora un avión de papel que logre permanecer más tiempo en el aire.

EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA

Laboratorio: Determinación experimental de la aceleración de la gravedad

Objetivo. Aplicar la propagación de errores en la evaluación que una magnitud física de acceso indirecto.

Fundamento teórico

Existen dos tipos de cantidades físicas.

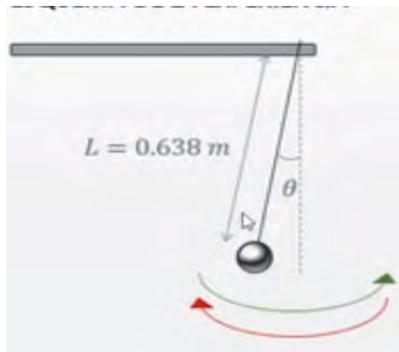
Aquellas que pueden ser medidas directamente por simple comparación con un instrumento de medida.

Aquellas que pueden ser medidas indirectamente, que requieren para ser evaluadas, la medición previa de cantidades físicas de acceso directo. Es este último caso que trabajaremos en la siguiente experiencia.

Es conocido que para un péndulo simple, existe una relación matemática que liga su periodo T de oscilación, la longitud L del hilo que sujeta la esfera del péndulo, y la aceleración de la gravedad.

Materiales

- 1 Péndulo simple
- 1 Cronómetro
- 1 Flexómetro
- Esquema del experimento



Procedimiento

-Armamos el péndulo simple como la figura

-Medimos la longitud del hilo.

-registramos la medida de la longitud del hilo 5 veces en la tabla

Para medir el periodo T del péndulo se procede de la siguiente manera:

-Desplazar la esfera de su posición de equilibrio para que oscile de que la amplitud de oscilación no sea muy grande.

-Activar el cronómetro cuando la esfera alcance su separación máxima de su posición de equilibrio.

-Se debe dejar que el péndulo efectúe 5 oscilaciones completas, al final de las cuales se desactive el cronómetro registrando el tiempo medido. A este tiempo se divide entre cinco y tenemos el tiempo promedio de una oscilación.

-Para determinar el periodo T del péndulo, se sugiere al estudiante medir 5 veces el tiempo que tarde el péndulo en alcanzar 5 oscilaciones y hallar el tiempo promedio de esta oscilación

-Agrupar el resultado de sus mediciones en la tabla siguiente:

Aceleración de la gravedad

$$g = 4\pi^2 * \frac{L}{T^2}$$

Periodo de oscilación
Es el tiempo que tarda una partícula en realizar una oscilación completa



Análisis. Aplicamos Teoría de errores

i	t1 (s)	t (s)	t1-t (s)	(t1-t)² (s)	Er	E%
1						
2						
3						
4						
5						

Calculamos:
Valor promedio del tiempo

$$\vec{t} = \frac{\sum t_i}{n}$$

Error aparente de la medición

$$E_a = t_1 - t$$

Error relativo

$$E_r = \frac{E_a}{t}$$

Error porcentual

$$E_{\%} = E_r * 100\%$$

Periodo de oscilación (Reemplazamos los puntos del tiempo promedio medido y dividimos entre 5)
 $T = t/5$
 Calculo de la gravedad (Reemplazamos el valor de la longitud del hilo y el periodo calculado) $g = 4\pi^2 * \frac{L}{T^2}$
 Respondemos las siguientes preguntas :
 ¿La gravedad depende de la masa?
 ¿la gravedad es una magnitud fisica de acceso directo? ¿Por qué?
 ¿Para determinar la gravedad, de que magnitudes depende?
 ¿Qué es un periodo de oscilación?

Conclusiones.
 - **Elabora en tu cuaderno el informe de la practica realizada.**



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

MOVIMIENTO PARABÓLICO



Las imágenes de los deportes que se observan son muy comunes, ¿Qué las relacionan?
 ¿En qué otros deportes se pueden observar este tipo de movimiento?



¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Características del movimiento parabólico: Movimiento compuesto

- La fricción del aire es despreciable.
- Se aplica sólo para alturas pequeñas, ya que se considera la aceleración de la gravedad como constante.
- Los alcances serán pequeños de tal manera que nos permitan no tomar en cuenta la forma de la Tierra.
- Las velocidades de disparo no deben ser muy grandes porque el móvil podría adquirir trayectorias elípticas y rotar alrededor de la Tierra.

2. Principio de independencia de los movimientos

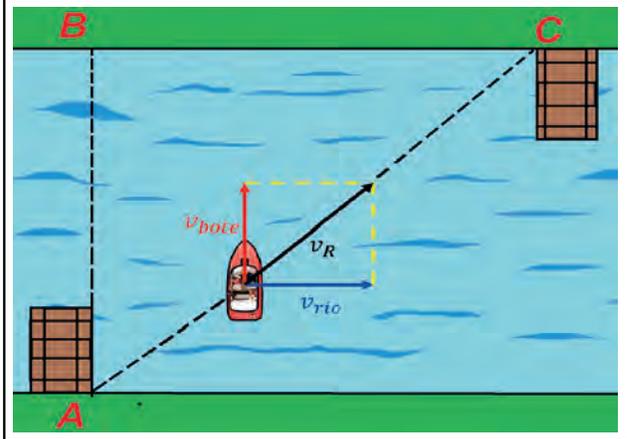
Galileo Galilei fue quien estableció que:

“Los movimientos componentes en un movimiento compuesto se desarrollan independientemente uno del otro”

Para entenderlo mejor veamos el siguiente ejemplo:
Un bote que tiene una velocidad “ v_{bote} ” parte del muelle “A” para llegar al punto “B” pero como el río tiene una velocidad “ v_{rio} ” lo que impedirá que el bote llegue a “B” más sin embargo el bote llegará al punto “C” ¿Qué paso? Pues la velocidad del río influye, así como la velocidad del bote para que este se tome ambas velocidades simultáneamente aun que estas sean perpendiculares.

$$v_R = \sqrt{v_{bote}^2 + v_{rio}^2}$$

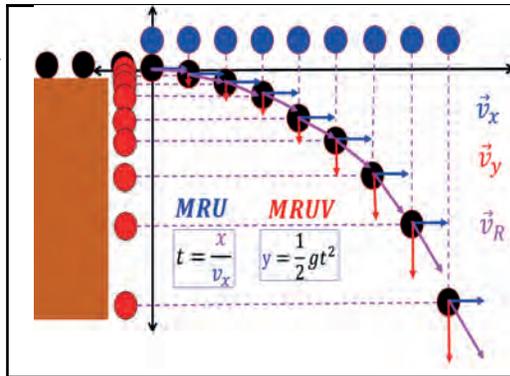
Ambas velocidades contribuyen al movimiento; pero cada una ocurre independientemente a la otra.



Escanea el QR



Ingresa al QR para observar el principio de independencia de movimiento.



Si consideramos un cuerpo esférico que se mueve sobre una mesa y la abandona en el punto, tal como se muestra en la imagen.

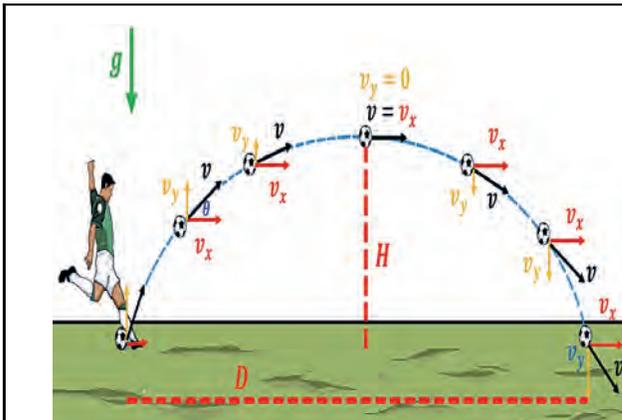
$$v_R = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

v_x : la velocidad es constante (MRU)

v_y : la velocidad es variable (MRUV)

3. Modelos matemáticos (ecuaciones): tiempo de vuelo, altura máxima, alcance horizontal, ángulo de tiro y ecuación de la trayectoria

Si indicamos que una partícula desde un punto determinado es lanzada con una velocidad “ v_0 ” y con un ángulo de inclinación respecto de la horizontal la partícula a medida que transcurre el tiempo realiza una trayectoria parabólica a causa de la aceleración de la gravedad hasta descender al piso; ello lo conocemos como movimiento parabólico, para entenderlo mejor veamos el siguiente gráfico:



De la imagen podemos observar que: el vector rojo “ v_x ” la componente en el eje horizontal del movimiento la velocidad es constante (MRU), el vector naranja “ v_y ” la componente en el eje vertical la velocidad varía (MRUV) por ello al alcanzar su altura máxima resulta $v_y = 0$ y empieza a caer cambiando de dirección. Dado que se trata de un movimiento compuesto, es posible definir los dos tipos de movimiento involucrados:

Horizontal MRU: La velocidad es constante en todos los puntos

$$v_x = v \cos \theta$$

$$d = vt$$

Vertical MRUV: La velocidad es variable en todos los puntos

$$v_y = v \sin \theta$$

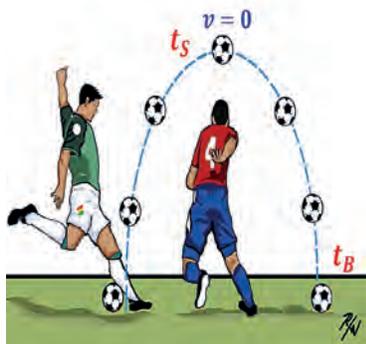
$$v_f = v_0 - 2gt$$

$$v_f^2 = v_0^2 - 2gh; \quad h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

3.1. Tiempo de vuelo

Ejemplo. Del sombrerito que realizó nuestro compatriota podemos determinar:

El tiempo de subida " t_s " que demora en llegar el esférico hasta la altura máxima.



Solución

De la fórmula de caída libre:
 $v_f = v_0 - gt$; $v_y = v \text{sen}\theta$

Se tiene:

$$v_{yf} = v_{y0} - gt; v_{yf} = 0$$

Reemplazando se tiene:

$$0 = v_0 \text{sen}\theta - gt_s$$

$$t_s = \frac{v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

El tiempo de bajada " t_B " que demora en llegar el esférico hasta el piso, no es más que el tiempo de subida por tratarse de una parábola.

Es decir:

$$t_B = t_s = \frac{v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

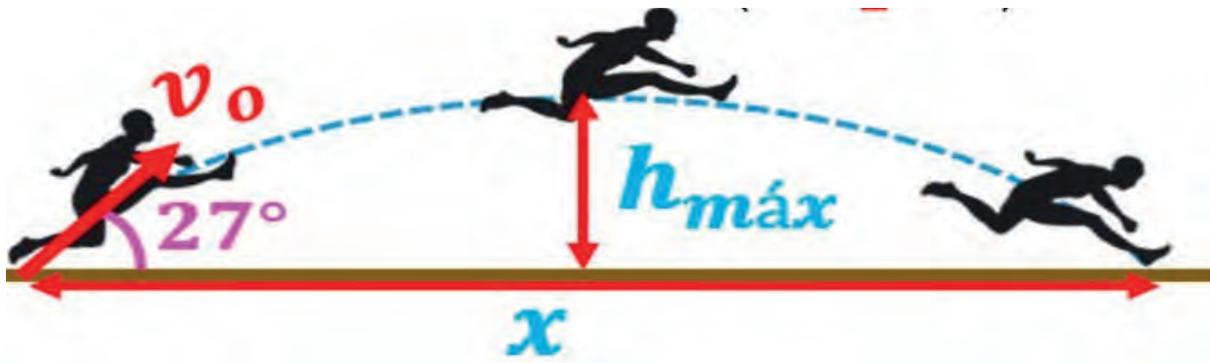
Así el tiempo de vuelo será:

$$t_v = t_s + t_B$$

$$t_v = t_s + t_s = 2t_s$$

$$t_v = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

3.2. Altura máxima



Ejemplo.

Del salto largo del atleta, determinar la altura máxima alcanzada por la pelota

Solución

De la fórmula de caída libre se tiene:

$$v_{yf}^2 = v_{y0}^2 - 2gh$$

Dónde: $h = H_{max}$

Cuando la pelota llega al punto más alto su velocidad en el eje "y" es cero

$$v_{yf} = 0$$

Entonces se tiene:

$$0 = v_{y0}^2 - 2gH_{max}$$

Recordemos que la velocidad en el componente "y" es:

$$v_y = v_0 \text{sen}\theta$$

Reemplazando y despejando H_{max}

$$H_{max} = \frac{v_{y0}^2}{2g}$$

$$H_{max} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2\theta}{2g}$$

3.3. Alcance horizontal

Ejemplo.

Del anterior ejemplo, determinar el alcance máximo alcanzado por el atleta.

Solución

De la fórmula de MRU se tiene:

$$d = vt; v_x = v_0 \text{cos}\theta$$

Donde: $d = X_{max}$

La velocidad es constante y el tiempo es el de vuelo entonces se tiene:

$$X_{max} = v_x t_v$$

$$X_{max} = v_0 \text{cos}\theta t_v$$

Si el tiempo de vuelo es:

$$t_v = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

Reemplazando se tiene:

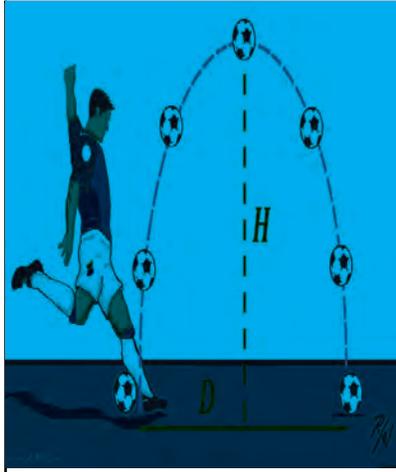
$$X_{max} = v_0 \text{cos}\theta \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

$$X_{max} = v_0^2 \frac{2 \text{sen}\theta \text{cos}\theta}{g}$$

Si: $2 \text{sen}\theta \text{cos}\theta = \text{sen}2\theta$

$$X_{max} = \frac{v_0^2 \text{sen}(2\theta)}{g}$$

3.4. Ángulo de tiro



Ejemplo. Hallar la relación de altura máxima y distancia máxima:

Solución Si:
$$H = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

$$D = \frac{v_0^2 \text{sen}(2\theta)}{g} = \frac{v_0^2 2 \text{sen} \theta \text{cos} \theta}{g}$$

Dividiendo H/D

$$\frac{H}{D} = \frac{\frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g}}{\frac{v_0^2 2 \text{sen} \theta \text{cos} \theta}{g}}$$

$$\frac{H}{D} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta g}{v_0^2 2 \text{sen} \theta \text{cos} \theta 2g} = \frac{v_0^2 \text{sen} \theta \text{sen} \theta g}{v_0^2 4 \text{sen} \theta \text{cos} \theta g}$$

Simplificando se tiene:

$$\frac{H}{D} = \frac{1}{4} \tan \theta$$

3.5. Ecuación de la trayectoria

Para poder determinar la fórmula inicialmente debemos determinar el tiempo para cualquier punto.

Ejemplo.

Se quiere determinar el tiempo para cualquier punto en la parábola.

Solución

Para ello dependerá de la distancia

$$d = vt$$

$$t = \frac{d}{v}$$

$$v_x = v_0 \text{cos} \theta$$

$$t = \frac{d}{v_0 \text{cos} \theta}$$

Ejemplo. Se quiere determinar la altura para cualquier punto en la parábola.

Solución:

Para ello dependerá de la distancia entonces se tiene:

$$t = \frac{d}{v_0 \text{cos} \theta}$$

$$v_y = v_0 \text{sen} \theta$$

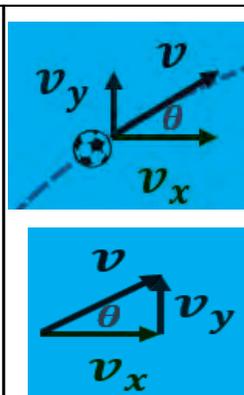
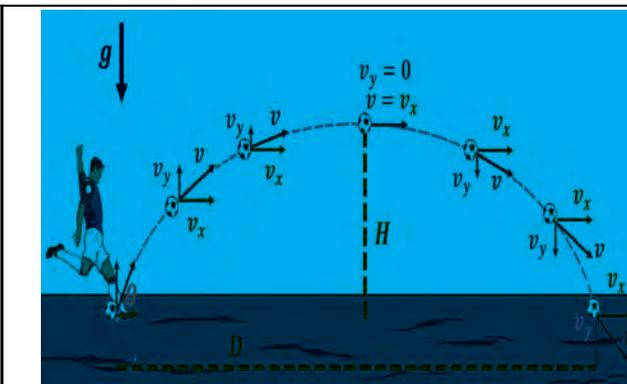
Entonces se tiene:

$$h = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = v_0 \text{sen} \theta \frac{d}{v_0 \text{cos} \theta} - \frac{1}{2}g \left(\frac{d}{v_0 \text{cos} \theta} \right)^2$$

$$h = d \tan \theta - \frac{gd^2}{2v_0^2 \text{cos}^2 \theta}$$

En resumen, tenemos las siguientes fórmulas:



En el eje horizontal MRU
En el eje vertical MRUV.
La velocidad se descompone en dos vectores que se encuentran en los ejes "X" e "Y".

Como se tiene un triángulo rectángulo con los vectores velocidad se tiene:

$$\text{sen} \theta = \frac{v_y}{v}$$

$$v_y = v \text{sen} \theta$$

$$\text{cos} \theta = \frac{v_x}{v}$$

$$v_x = v \text{cos} \theta$$

Velocidades:

$$v_y = v_0 \text{sen} \theta; \quad v_x = v_0 \text{cos} \theta; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Posición -partícula

$$x = v_0 \text{cos} \theta t; \quad y = v_0 \text{sen} \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

Tiempo de subida:

$$t_s = \frac{v_0 \text{sen} \theta}{g}$$

Tiempo de vuelo

$$t_v = \frac{2v_0 \text{sen} \theta}{g}$$

Tiempo para cualquier distancia: $t = \frac{d}{v_0 \text{cos} \theta}$

Altura máxima:

$$H_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

Distancia máxima o alcance máximo:

$$X_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \text{sen}(2\theta)}{g} = \frac{v_0^2 2 \text{sen} \theta \text{cos} \theta}{g}$$

Ángulo de tiro:

$$\tan \theta = \frac{4H}{D}$$

Altura para una distancia cualquiera:

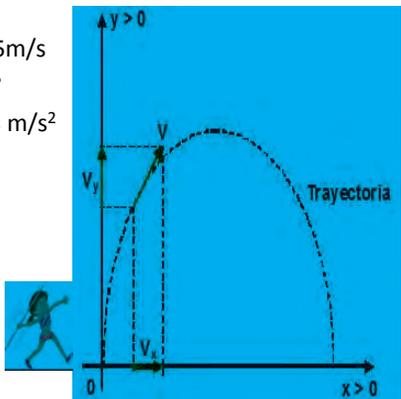
$$h = d \tan \theta - \frac{gd^2}{2v_0^2 \text{cos}^2 \theta}$$

Problemas resueltos:

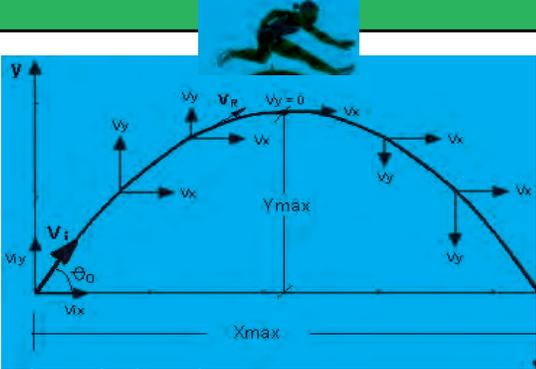
Ejemplo 1.
 Un atleta salta con una velocidad inicial de 9 m/s, formando un ángulo de 70° con respecto a la horizontal. Calcular la altura máxima que alcanza el atleta

<p>Datos</p> <p>$V_0 = 9 \text{ m/s}$</p> <p>$\theta = 70^\circ$</p> <p>$G = 9,8 \text{ m/s}^2$</p> <p>$H_{\text{max}} = ?$</p> <p>V_0</p> <p>$H_{\text{max}} = ?$</p>		<p>Solución</p> <p>Aplicar la fórmula de altura máxima: $H_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g}$</p> <p>Reemplazamos datos:</p> $H_{\text{max}} = \frac{(9 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 * (\text{sen} 70^\circ)^2}{2(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}$	$H_{\text{max}} = \frac{81 (\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 * 0,883}{19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $H_{\text{max}} = \frac{71,52 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $H_{\text{max}} = 3,65 \text{ m}$
--	---	---	--

Ejemplo 2.
 Una jabalina es lanzada con una velocidad inicial de 25 m/s, formando un ángulo de 50° con la horizontal. Calcular el tiempo de vuelo.

<p>Datos</p> <p>$V_0 = 25 \text{ m/s}$</p> <p>$\theta = 50^\circ$</p> <p>$g = 9,8 \text{ m/s}^2$</p> <p>$t_v = ?$</p>		<p>Solución:</p> <p>Aplicar la fórmula de tiempo de vuelo:</p> $t_v = \frac{2v_0 \text{sen} \theta}{g}$ <p>Reemplazamos los datos:</p> $t_v = \frac{2 * 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{sen} 50^\circ}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$	$t_v = \frac{38,30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $t_v = 3,91 \text{ s}$
---	--	---	--

Ejemplo 3
 Un atleta salta con una velocidad de 10 m/s, haciendo un ángulo de 40° con la horizontal. Calcular el alcance máximo

<p>Datos:</p> <p>$V_0 = 10 \text{ m/s}$</p> <p>$\theta = 40^\circ$</p> <p>$G = 9,8 \text{ m/s}^2$</p> <p>Solución:</p> <p>Aplicar la fórmula de alcance horizontal:</p> $D = \frac{v_0^2 \text{sen}(2\theta)}{g}$		<p>Reemplazamos los datos:</p> $X_{\text{max}} = \frac{(10 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 * \text{sen}(2 * 40^\circ)}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $X_{\text{max}} = \frac{(100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}) * 0,9848}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $X_{\text{max}} = \frac{98,488 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ $X_{\text{max}} = 10,05 \text{ m}$
--	---	--

Problema 1.

Un portero saca el balón desde el césped a una velocidad de 26 m/s. Si la pelota sale del suelo con un ángulo de 40° y cae sobre el campo sin que antes lo toque ningún jugador, calcular:

- a) Altura máxima del balón
- b) Distancia desde el portero hasta el punto donde caerá en el campo.
- c) Tiempo en que la pelota estará en el aire

Rts.

- a. 14,23 (m)
- b. 67,86 (m)
- c. 3,41 (s)

Problema 2.

Una máquina lanza un proyectil a una velocidad inicial de 110 m/s, con ángulo de 35°, Calcular:

- a) Posición del proyectil a los 6s
- b) Velocidad a los 6s
- c) Tiempo en la máxima altura,
- d) Tiempo total del vuelo, e) Alcance logrado

Rts.

- a. 202,14 (m)
- b. 90,21 (m/s)
- c. 6,44(s)
- d. 12,88(s)
- e. 1160,62(m)

Problema 3.

En una prueba de atletismo de lanzamiento de peso, el atleta logra una marca de 22 m. Sabiendo que la bola sale de su mano a 2 m del suelo y con un ángulo de 45°, averiguar la velocidad inicial del lanzamiento.

Rts. 14,1 (m/s)

Problema 4.

Un arquero lanza una flecha horizontalmente desde una torre de 12 m de altura. La flecha sale del arco a 15 m/s. Despreciando el rozamiento:

- a) ¿Cuánto tiempo estará la flecha en el aire?
- b) ¿A qué distancia de la torre llegará la flecha al suelo?
- c) ¿Con qué velocidad impactará y con qué ángulo?

Rst.

- a. 1,56 (s)
- b. 23,46 (m)
- c. 21,45 (m/s)

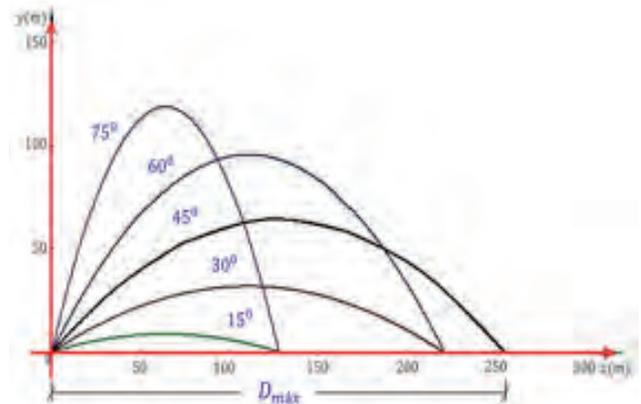


¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Con todo lo observado con el movimiento parabólico; realiza los siguientes ejercicios.

- Determina el alcance máximo para los siguientes casos para una velocidad inicial de 10[m/s]:
 - a) 300 y 600 b) 200 y 700 c) 500 y 400
- Escribe tu conclusión respecto al anterior ejercicio.
- ¿Cuál será el ángulo para lograr el mayor alcance?

¿Qué sucederá si lanzamos un proyectil a 900 m/s?



¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!



Desafío

Para que nos podamos divertir aprendiendo realicemos una maqueta de un juego de canastas para el básquet el mismo deberá tener un transportador para determinar los ángulos de lanzamiento para los balones.



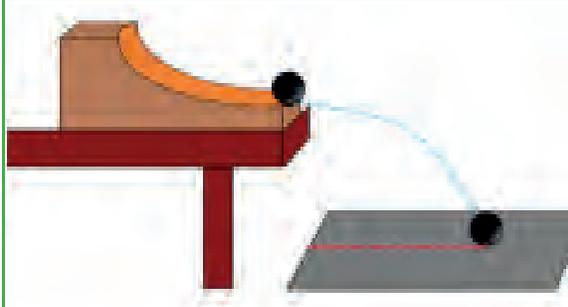
EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA

Laboratorio: Movimiento compuesto en los cuerpos de la Madre Tierra.

Objetivo
Determinar la magnitud directa de la altura máxima, alcance horizontal y el tiempo en un movimiento de tiro horizontal.

Materiales

- Plano inclinado con riel acanalado
- Papel carbónico
- Hoja blanca
- Canica
- flexómetro



Procedimiento

- Armamos el plano inclinado con riel acanalado en una mesa.
- Marcamos los puntos desde donde dejaremos caer la canica.
- En el suelo colocaremos la hoja blanca y por encima el papel carbónico.
- Mediremos la altura desde el cual se deja caer la canica y para la distancia horizontal que recorre dejamos caer la misma verticalmente, marcamos el punto de origen en el piso
- Con la ayuda del cronometro controlamos el tiempo que tarda en caer la canica y registramos los datos obtenidos.

Análisis

TABLA DE REGISTRO			
	ALCANCE VERTICAL "y" [m]	ALCANCE HORIZONTAL "x" [m]	TIEMPO [s]
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Observación y análisis del movimiento compuesto por medio de lanzamiento de cohete u otros objetos, construidos con materiales del entorno

- ¿Que necesitamos ?
- Riel acanalado
 - papel carbónico
 - hoja blanca
 - canica
 - flexómetro



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)



Escanea el QR



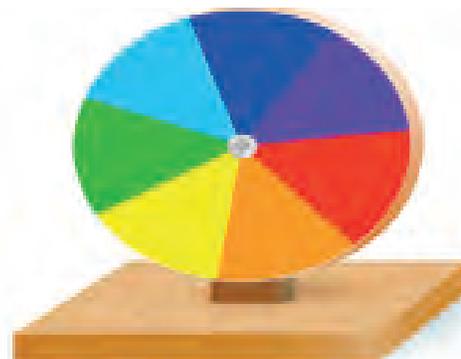
Como hacer un disco de newton.

Elaboremos el disco de Newton

El disco está dividido en 7 sectores duplicados, cada uno con un color diferente, normalmente rojo, naranja, amarillo, verde, cian, azul, y violeta. Al poner en movimiento la manivela, la correa hace girar el disco.

Responde:

¿Qué tipo de movimiento se tendrá con el disco de Newton?





¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

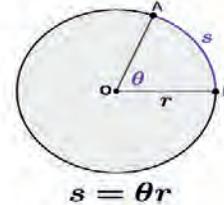
1. Características del MCU (Nociones del estudio de la circunferencia)

- La trayectoria es una circunferencia, por lo tanto, se trata de un movimiento en el plano.
- La rapidez v es constante, pero la velocidad \vec{v} no porque continuamente cambia de dirección y sentido, para acomodarse al giro del móvil.
- El vector velocidad " \vec{v} " siempre es tangencial a la circunferencia y perpendicular a la dirección radial.
- La velocidad angular " ω " es constante.
- A pesar de ser uniforme, hay una aceleración producida por el cambio de dirección de la velocidad.
- La aceleración centrípeta y la velocidad son perpendiculares entre sí.
- Es un movimiento periódico o repetitivo; por lo tanto, para él se definen las magnitudes periodo y frecuencia
- En física se entiende por movimiento al cambio de posición que experimenta un cuerpo en el espacio mientras transcurre el tiempo. Todo movimiento depende del sistema de referencia desde el cual se lo estudia.

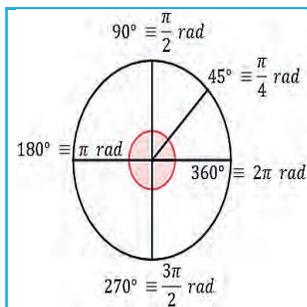
2. Modelos matemáticos (ecuaciones): Desplazamiento lineal y angular, velocidad lineal y angular, el período y la frecuencia, aceleración centrípeta

2.1. Desplazamiento lineal y angular

El desplazamiento lineal en el MCU es la distancia que recorre el móvil sobre la trayectoria. En el caso de una circunferencia, el arco representa este desplazamiento. En la figura está representado por la letra " s ".
El desplazamiento angular en el MCU son los ángulos barridos por el móvil a lo largo de la trayectoria. En la figura está representado por " θ ".
Si el radio del círculo es " r ", entonces la relación entre el desplazamiento lineal y el desplazamiento angular se da como: $s = \theta r$



Analicemos la siguiente grafica para entender mejor y realicemos algunas conversiones.



Ejemplo 1

Convertir 240° a radianes

Solución. Si: $\pi [rad] = 180^\circ$

$$240^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} [rad] = \frac{4\pi}{3} [rad]$$

Ejemplo 2

Convertir $\frac{4\pi}{5} [rad]$ en grados

Solución. Si: $\pi [rad] = 180^\circ$ se tiene

$$\frac{4\pi}{5} [rad] \cdot \frac{180^\circ}{\pi [rad]} = 144^\circ$$

Resolvemos en nuestro cuaderno los siguientes problemas propuestos:

- 1 Convertir 60° a radianes
- 2 Convertir 405° a radianes.
- 3 Convertir 1440° a radianes.
- 4 Convertir $\frac{3\pi}{10} [rad]$ a grados.
- 5 Convertir $\frac{5\pi}{18} [rad]$ a grados.
- 6 Convertir $6\pi [rad]$ a grados.
- 7 Un contador electrónico determina que la rueda de una moto en el Dakar dio 100000 revoluciones (vueltas) ¿A cuántos grados y radianes equivale?

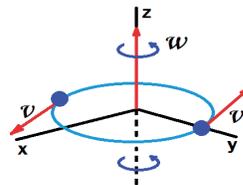


2.2. velocidad lineal y angular

La **velocidad lineal** de la partícula es la velocidad del objeto en un instante de tiempo. Puede calcularse a partir de la velocidad angular. Si " v_t " es el módulo la velocidad tangencial a lo largo de la trayectoria circular de radio " r ", se tiene que: $v_t = \omega R$ que mostraremos a lo largo del texto como

$$v = \omega r; \text{ y por definición de velocidad se tiene: } v = \frac{ds}{dt}$$

La **velocidad angular** es la variación del arco angular o posición angular respecto al tiempo. cuando ω es constante $\omega = \frac{\theta}{t}$



2.3. El período y la frecuencia

El **período "T"** es el tiempo que tarde un cuerpo en dar una vuelta completa. Su unidad es el segundo (s)

$$T = \frac{\text{segundos transcurridos}}{1 \text{ vuelta}}$$

La **frecuencia "f"** es la cantidad de vueltas que da un cuerpo en cada segundo. Se mide en Hertz (Hz)

$$f = \frac{\text{números de vueltas}}{1 \text{ segundo}}$$

Tomando en cuenta el período la velocidad lineal será:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Entonces las fórmulas se tienen:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r}$$

Donde:

r : radio [m]
 v : velocidad lineal [m/s]
 ω : velocidad angular $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
 T : periodo [s]
 f : frecuencia [Hz]

Ejemplo 1

Datos:
 $V=62 \text{ KM/h}$
 $D=52 \text{ Cm}$
 $w=?$

Un minibús avanza a una velocidad de 62 [Km/h], ¿cuál será la velocidad angular de la llanta si el radio de la misma es de 58 centímetros.



Solución:

En primer lugar, convertimos 62 [Km/h] a [m/s].

$$62 \left[\frac{\text{Km}}{\text{h}}\right] \cdot \frac{1000[\text{m}]}{1[\text{Km}]} \cdot \frac{1[\text{h}]}{3600[\text{s}]} = 17,2 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

Ahora obtenemos el radio a partir del diámetro tomando en cuenta que $D=2r$, tenemos:

$$r = \frac{58[\text{cm}]}{2} = 29[\text{cm}] = 0,29[\text{m}]$$

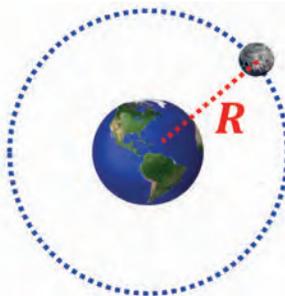
Si: $v = \omega r$, despejando se tiene:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{17,2 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]}{0,29[\text{m}]} = 59,3 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$$

Ejemplo 2

DATOS:
 $R=38,4 \cdot 10^7$
 $T=28 \text{ días}$
 $v=?$

La luna hace una revolución completa en 28 días, si la distancia promedio entre la Luna y la Tierra es de $38,4 \cdot 10^7$ [m], halle la velocidad tangencial de la Luna con respecto a la Tierra.



Solución:

El período de la Luna es 28 días

$$T = 28 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ horas}}{1 \text{ día}} \cdot 3600 \text{ s}$$

La velocidad tangencial se define como:

$$v = \omega R$$

tomando en cuenta el periodo se tiene:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Sustituyendo variables:

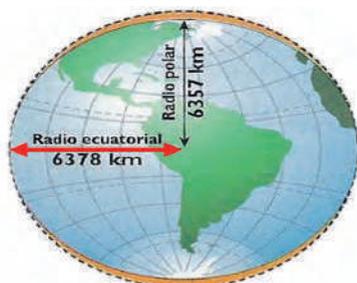
$$v = \frac{2\pi(38,4 \cdot 10^7) [\text{m}]}{28 \cdot 24 \cdot 3600 [\text{s}]}$$

$$v = 997 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

Ejemplo 3

DATOS:
 $R=6378 \text{ Km}$
 $T=24 \text{ hrs}$
 $V=?$

Considerando el radio ecuatorial de 6378 [km] de la tierra, determine la velocidad tangencial, con respecto al eje terrestre, en un punto ecuatorial en [km/h]



Solución:

Dadas las condiciones, el periodo de un punto de la superficie terrestre es 24 horas.

$$T = 24 [\text{h}] \cdot \frac{3600 [\text{s}]}{1 [\text{h}]}$$

Se sabe que:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Sustituyendo:

$$v = \frac{2\pi(6378 [\text{km}])}{24 [\text{h}]}$$

$$v = 531,5\pi \left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$$

Resolvemos en nuestro cuaderno los siguientes problemas propuestos:

- Una bicicleta avanza a una velocidad de 54 [km/h], ¿cuál será la velocidad angular de la llanta si el radio de la misma es de 37 centímetros.
- Asumiendo una órbita circular, calcular la velocidad tangencial de la Tierra en [km/h] alrededor del Sol, si la distancia entre ellos es de aproximadamente 1.5×10^8 km y cuyo periodo de traslación es 1 año.
- Una rueda de 50 cm de radio gira a 180 r.p.m. Calcula:
 - El módulo de la velocidad angular en rad/s
 - El módulo de la velocidad lineal de su borde.
 - Su frecuencia.

Resultados: $\omega = 6\pi$ rad/s; $v = 9.42$ m/s; $f = 3$ Hz

- Un CD-ROM, que tiene un radio de 6 cm, gira a una velocidad de 2500 rpm. Calcula:
 - El módulo de la velocidad angular en rad/s
 - El módulo de la velocidad lineal de su borde.
 - Su frecuencia.

Resultados: $\omega = 83.3\pi$ rad/s; $v = 15.7$ m/s; $f = 41.66$ Hz

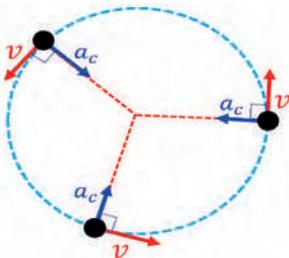
- Un volante de 20 cm de radio posee una velocidad lineal de 22.3 m/s cual es la frecuencia en Hz

a) 17.85

b) 20.4

c) 15.4

d) Ninguno

2.4. aceleración centrípeta

La aceleración centrípeta está dirigida hacia el centro del círculo y es perpendicular a la velocidad tangencial de la partícula que gira.

Se tiene:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \omega^2 r$$

v : velocidad tangencial $\left[\frac{m}{s}\right]$

r : radio [m]

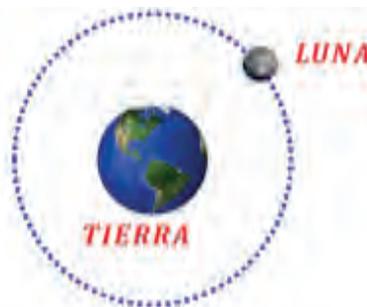
ω : velocidad angular $\left[\frac{rad}{s}\right]$



¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

¿Por qué vemos solo un lado de la Luna?

La Luna gira sobre sí misma pero siempre vemos la misma cara de la Luna porque tarda lo mismo en girar sobre sí misma que en dar una vuelta alrededor de la Tierra. Es decir, sus movimientos de rotación y traslación están sincronizados.



Escanea el QR



¿Por qué solo vemos una cara de la luna?

La órbita del Satélite Túpac Katari

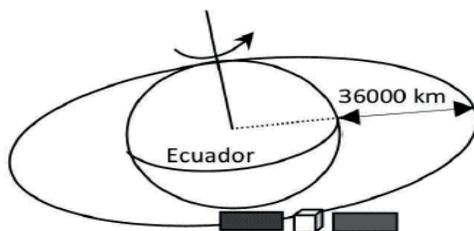
Una clase especial de los satélites artificiales, es la de los llamados "satélites geoestacionarios", cuya principal característica es mantenerse siempre, invariablemente, sobre un mismo punto del ecuador terrestre, lo cual se consigue haciendo que el satélite gire circularmente en el plano del ecuador (Ver Figura), a la misma velocidad rotacional que la Tierra, es decir, la velocidad de giro del satélite es tal que, al igual que la Tierra, da una vuelta en un día (se dice entonces que el periodo de rotación del satélite coincide con el de la Tierra). A esta clase de satélites pertenece el Túpac Katari. Los satélites de este tipo son ideales para aplicaciones en comunicaciones y en meteorología; el hecho de que su órbita sea ecuatorial, los hace idóneos para aquellos países que, como Bolivia, se encuentran a baja latitudes, cerca de la línea del ecuador, mientras que para países de latitudes altas (y que por tanto están alejados del ecuador) -como es el caso de Rusia, por ejemplo, estos satélites no son los más adecuados, en cuyo caso recurren a otros tipos de satélites.



Escanea el QR



La órbita del satélite Túpac Katari.



Cabe señalar que, en el caso del satélite boliviano, éste no se halla directamente sobre Bolivia, sino un poco más al oeste, a una longitud de 87.2° (Bolivia está entre las longitudes 57° y 69° oeste), sin embargo, esto no representa ningún inconveniente teniendo en cuenta la relativamente amplia cobertura del satélite.

Desafío: Bajo estas referencias y datos conocidos, intentemos determinar la velocidad lineal aproximada del Satélite. Si encontramos soluciones diferentes entre compañeros debatir y comparar con argumentos sus respuestas (Recuerda: el radio ecuatorial, la distancia del satélite a la superficie terrestre como también el periodo rotacional de la Tierra). Éxitos.



¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Elaboremos nuestra caña de pescar casera:

- ¿Qué necesitamos?
- 1 pedazo de madera (palo de escoba)
- Una rueca
- Hilo.
- Alambre

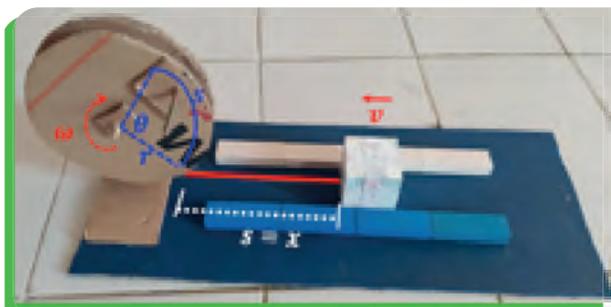


EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA

Laboratorio: Determinación de la velocidad angular

- Elaboramos una polea conectada a un eje y colocamos una manija.
- En la polea se conecta una cuerda y en el otro extremo conectamos un cuerpo.

A medida que giramos la manivela mientras transcurre el tiempo se tiene un desplazamiento lineal y angular.



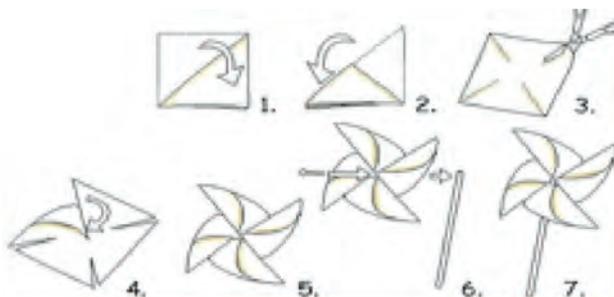
N	RADIO [CM]	Desplazamiento lineal S [cm]	Desplazamiento angular θ [rad]	Tiempo [s]	Velocidad angular [rad/s]
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)



¡INICIEMOS DESDE LA PRÁCTICA!

Elaboremos un molinillo de viento en siete sencillos pasos. Un torbellino se asemeja por mucho a los aerogeneradores. La misma es una máquina que transforma el viento en energía eléctrica.



Escanea el QR



Molinillo que gira.

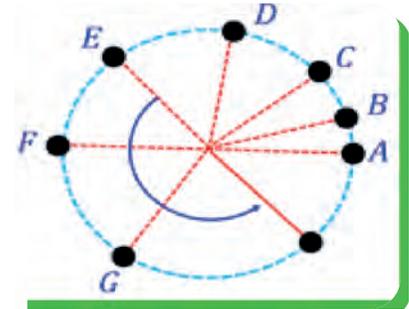


¡CONTINUEMOS CON LA TEORÍA!

1. Características del MCUV

El movimiento circular uniformemente variado (MCUV) también se llama movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA), aunque en este texto utilizaremos la primera opción. En este tipo de movimiento el móvil aumenta su velocidad de manera constante, es decir que la velocidad varía con el tiempo.

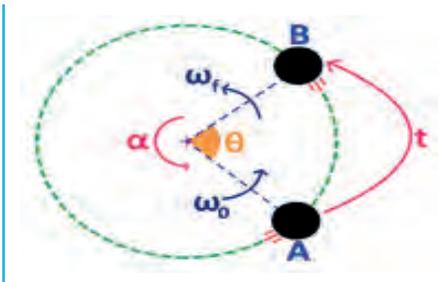
Además, el movimiento puede acelerarse si la velocidad se incrementa o desacelerarse si tiende a detenerse. Suponiendo que los intervalos de tiempo entre los puntos A-B, B-C, C-D, D-E, etc., son los mismos, en el gráfico se puede observar el incremento del desplazamiento angular y lineal.



Algunas de las principales características del MCUV son las siguientes:

- La aceleración angular es constante ($\alpha = \text{cte.}$).
- Existe aceleración tangencial " a_T " y es constante.
- Existe aceleración centrípeta " a_c ".
- La velocidad angular " ω " aumenta o disminuye uniformemente.

2. Modelos matemáticos (ecuaciones) del MCUV



$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_0 + \alpha t \\ \omega_f^2 &= \omega_0^2 + 2\alpha\theta \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \theta &= \left(\frac{\omega_f + \omega_0}{2}\right)t \\ a_T &= r\alpha\end{aligned}$$

ω_0 : velocidad angular inicial $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
 ω_f : velocidad angular final $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
 θ : desplazamiento angular $[\text{rad}]$
 α : aceleración angular $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]$
 a_T : Aceleración tangencial $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$
 r : radio $[\text{m}]$

Ejemplo 1

<p>Ejemplo: Un auto que tiene sus ruedas de 0,8[m] de diámetro, avanza a 30[m/s]. Si el auto drásticamente frena y sus ruedas, uniformemente, dan 30 [vueltas] completas, determinar:</p> <p>a) la velocidad angular inicial. b) el desplazamiento angular. c) la aceleración angular. d) el desplazamiento del auto.</p>	<p>Solución La velocidad angular inicial está dada por:</p> $v = \omega R$ $\omega = v/R = (30[\text{m/s}]) / (0,4[\text{m}])$ $\omega = 75[\text{rad/s}]$ <p>El desplazamiento angular corresponde al número de vueltas en radianes, es decir:</p> $\theta = 2\pi[\text{N}^\circ \text{ de vueltas}]$ $\theta = 2\pi[30]$ $\theta = 60\pi[\text{rad}]$ <p>Para calcular la aceleración angular, al detenerse, la velocidad angular final es nula; además, como no se conoce el tiempo, se recurre a la relación velocidad-desplazamiento:</p> $\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$ $0 = (75[\text{rad/s}])^2 + 2\alpha 60\pi[\text{rad}]$ $\alpha = 14,9[\text{rad/s}^2]$ <p>El desplazamiento del auto se determina sabiendo que:</p> $d = S = \theta R$ $d = 60\pi[\text{rad}] * 0,4[\text{m}]$ $d = 75,36[\text{m}]$
---	--

Ejemplo 2

A 10 segundos de iniciado su movimiento, una llanta adquiere una velocidad de 3600 revoluciones por minuto (rpm). Calcula la aceleración angular y la velocidad tangencial al final de su aceleración.



Solución. Realicemos la conversión:

$$\omega_f = 3600 \text{rpm} = 360 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{rad}}{1 \text{rev}} \cdot \frac{1 \text{min}}{60 \text{s}} = 120\pi \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

De la formula se tiene: $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$\omega_0 = 0$ inicia su movimiento $\rightarrow \omega_f = \alpha t$

$$\alpha = \frac{\omega_f}{t} = \frac{120\pi \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]}{10 \text{[s]}} = 12\pi \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right]$$

Calculando velocidad lineal

$$v = \omega t = 120\pi \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \cdot 0.25 \text{[m]}$$

$$v = 94,25 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

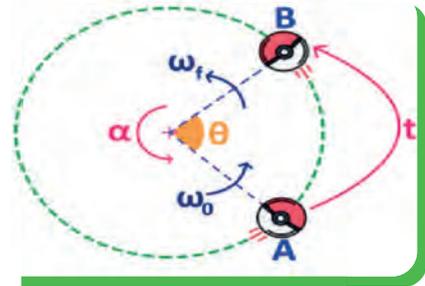
Problemas propuestos

1. Un cuerpo que se mueve con MCUV en una circunferencia de 6 m de radio, incrementando en rapidez de 0 m/s a 4 m/s en 10 s. Calcular su aceleración angular.

Resultado: $\alpha = 0.07 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

2. Calcular la aceleración angular en $[\text{rad}/\text{s}^2]$, respecto al centro de la curva, de un móvil que recorre una curva de 27 m de radio variando su velocidad de 44 km/h a 62 km/h en 10 s.

- a) 0.02 b) 0.22 c) 1.02 d) Ninguno



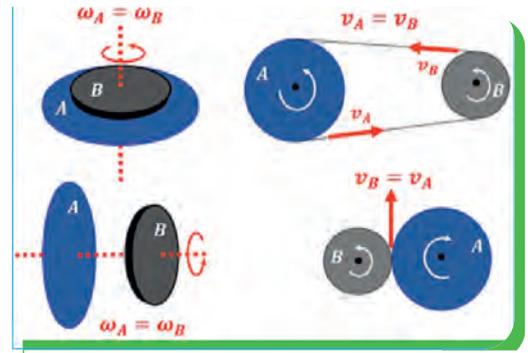
Un lector de CD gira a 20 rps (revoluciones por segundo); se apoya y se detiene en 6 segundos ¿Cuántas revoluciones realizó hasta el momento que se detuvo?

3. Transmisión de movimiento

Se transmite un movimiento circular a otro, es decir, un cuerpo genera el movimiento y este se reproduce a otro empleando diferentes elementos como cadenas, correas, entre otras.

Ruedas de fricción: Este sistema consiste en dos ruedas solidarias con sus ejes, cuyos perímetros se encuentran en contacto directo. El movimiento se transmite de una rueda a otra mediante rozamiento.

Poleas con correa: Se trata de dos ruedas situadas a cierta distancia, que giran a la vez por efecto de una correa. Las correas suelen ser cintas de cuero flexibles y resistentes.



Problema resuelto

Dos poleas de 15 y 20 centímetros de radio respectivamente, giran conectadas por una banda. Si la frecuencia de la polea de menor radio es 12 vueltas/s, ¿cuál será su frecuencia de la polea de mayor radio?

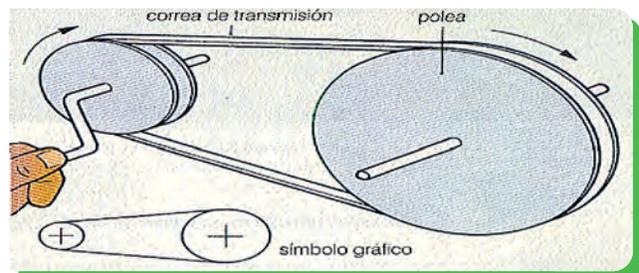
$$v_1 = v_2$$

$$2\pi_{R_1} f_1 = 2\pi_{R_2} f_2$$

$$R_1 f_1 = R_2 f_2 \rightarrow f_1 = R_2 f_2 R_1$$

$$f_1 = \frac{(15 \text{ cm})(12 \text{ Hz})}{20 \text{ (cm)}}$$

$$f_1 = 9 \text{ [Hz]}$$

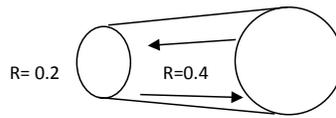


Solución:

Los puntos exteriores de las dos poleas tienen la misma velocidad tangencial, que corresponde a la velocidad de la banda.

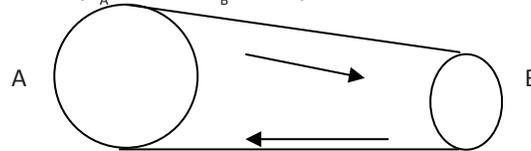
Resolvemos en nuestro cuaderno los siguientes problemas propuestos:

1. Dos poleas A y B de radio 0.2 m y 0.4 m que están conectados a través de una correa que describe un Movimiento circular, si la velocidad angular de la polea B es 60 revoluciones por minuto. Calcular la frecuencia de la polea A.



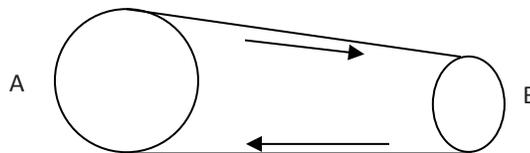
- a) 2 b) 6 c) 4 d) Ninguno

2. Dos poleas de la figura están ligadas por medio de una correa. Si la polea de mayor radio da 10 vueltas cada 5 s, el periodo de la polea de radio menor es: ($R_A = 10 \text{ cm}$, $R_B = 4 \text{ cm}$)



- a) 0.7 b) 0.2 c) 0.8 d) ninguno

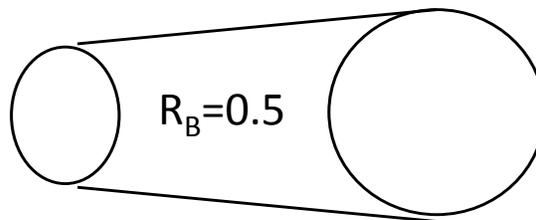
3. Dos poleas de la figura están ligadas por medio de una correa. Si la polea de mayor radio da 15 vueltas cada 5 s, La frecuencia en Hertz de la polea de radio menor es: ($R_A = 20 \text{ cm}$; $R_B = 6 \text{ cm}$)



- a) 12 b) 20 c) 10 d) ninguno

4. Dos poleas A y B de radio 0.3 m y 0.5 m que están conectados a través de una correa que describe un movimiento circular, si la velocidad angular de la polea B es 70 revoluciones por minuto. Calcular el periodo de revolución de la polea A

$R_A = 0.3$



$R_B = 0.5$

- a) 0.45 b) 0.84 c) 0.51 d) ninguno



¡REALICEMOS LA VALORACIÓN!

Reflexionamos sobre los medios transporte

Las bicicletas son un medio de transporte sostenible, debido a que:
No consume combustible.

No emiten gases de efecto invernadero.

¿Cómo funciona nuestra bicicleta?



Escanea el QR

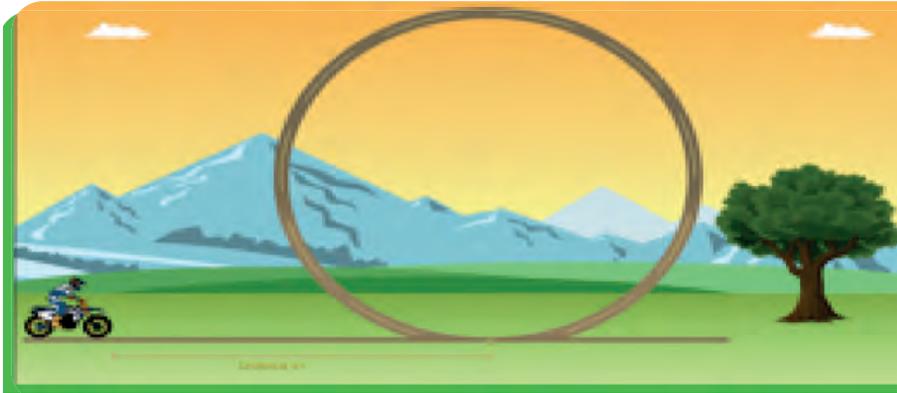


Transmisión del movimiento.



¡ES HORA DE LA PRODUCCIÓN!

Realicemos un análisis sobre las gráficas del movimiento circular en un simulador virtual y sus diferentes condiciones.



Escanea el QR



Movimiento circular.

Después de realizar el análisis con el simulador, elaboremos una montaña rusa

Con materiales que tienes en tu casa, diseña una montaña rusa donde demuestres que una partícula no cae al piso si la velocidad y energía son las apropiadas.

Se sugiere utilizar material casero como alambres, esferitas de vidrio (bolitas o canicas), maderas para sujetar el mismo.

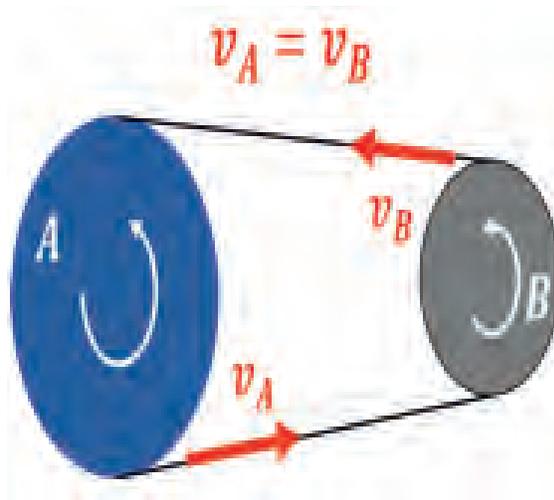


EXPERIENCIA PRÁCTICA PRODUCTIVA



Desafío

Elaboremos una rueda de la fortuna por medio de la transmisión de movimiento usando materiales disponibles a nuestro alcance.







ESTADO PLURINACIONAL DE
BOLIVIA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

-  www.minedu.gob.bo
-  [@miedubol](https://www.facebook.com/minedubol)
-  [@miedubol](https://twitter.com/miedubol)
-  [@miedu_bol](https://www.instagram.com/miedu_bol)
-  [Ministerio de Educación - Oficial](https://www.youtube.com/Ministerio de Educación - Oficial)
-  [MinEduBol](https://www.telegram.com/MinEduBol)
-  informacion@minedu.gob.bo
-  [\(591\) 71550970 - 71530671](https://www.whatsapp.com/59171550970)
-  [@miedu_bolivia](https://www.tiktok.com/@miedu_bolivia)